۱●- جرم مولی طلا ۱۹۷g/mol است. (الف) در ۲/۵۰g طلای خالص چند مول طلا وجود دارد؟ (ب) در این نمونه چند اتم وجود دارد؟

حل: (الف) $n = \frac{M_{sam}}{M} = \frac{۲/۵}{۱۹۷} = ۰/۰۱۲۷\,mol$

(ب) مولکول $N = nN_A = (۰/۰۱۲۷)(۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}) = ۷/۶۴\times ۱۰^{۲۱}$

۲●- جرم $۷/۵۰\times۱۰^{۲۴}$ اتم آرسنیک را که جرم مولی آن ۷۴/۹g/mol است، برحسب کیلوگرم پیدا کنید.

حل: $N = nN_A \Rightarrow n = \frac{N}{N_A} = \frac{۷/۵\times۱۰^{۲۴}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}} = ۱۲/۵\,mol$

$n = \frac{M_{sam}}{M} \Rightarrow M_{sam} = nM = (۱۲/۵)(۷۴/۹) = ۹۳۳\,gr$
$= ۰/۹۳۳\,kg$

۳●- فشار بهترین خلاء آزمایشگاهی تقریباً $۱/۰۰\times۱۰^{-۱۸}$ atm تا $۱/۰۱\times۱۰^{-۱۳}$ Pa است. در این خلأ در ۲۹۳ K چند مولکول گاز در سانتی‌متر مکعب وجود دارد؟

حل: با استفاده از قانون گاز کامل، می‌توان تعداد مولکول‌ها را در حجم یک سانتی‌متر مکعب بدست آورد.

$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{(۱/۰۱\times۱۰^{-۱۳}\,pa)(۱۰^{-۶}\,m^۳)}{(۸/۳۱J/mol\cdot k)(۲۹۳k)}$
$= ۴/۱\times۱۰^{-۲۳}\,mol$

مولکول $N = nN_A = (۴/۱\times۱۰^{-۲۳})(۶/۰۲\times۱۰^{-۲۳}) = ۲۵$

چگالی ذرات بصورت زیر است: $\frac{N}{V} = \frac{۲۵}{۱} = ۲۵\,molecule/cm^۳$

۴●- (الف) تعداد مولها و (ب) تعداد مولکولهای موجود در $۱/۰۰cm^۳$ گاز آرمانی را در فشار ۱۰۰Pa و دمای ۲۲۰K محاسبه کنید.

حل: (الف) با استفاده از قانون گاز کامل، می‌توان تعداد مول‌ها را محاسبه کرد.

$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{(۱۰۰pa)(۱۰^{-۶}\,m^۳)}{(۸/۳۱J/mol\cdot k)(۲۲۰k)}$
$= ۵/۴۷\times۱۰^{-۸}\,mol$

(ب) $N = nN_A = (۵/۴۷\times۱۰^{-۸})(۶/۰۲\times۱۰^{-۲۳})$
$= ۳/۲۹\times۱۰^{۱۶}$ مولکول

۵●- حجم یک لاستیک اتومبیل $۱/۶۴\times۱۰^{-۲}\,m^۳$ و محتوی هوا در فشار پیمانه‌ای (زیادی فشار نسبت به فشار جو) ۱۶۵kPa در دمای ۰/۰۰°C است. وقتی دما به ۲۷/۰°C و حجم به $۱/۶۷\times۱۰^{-۲}\,m^۳$ برسد فشار پیمانه‌ای هوا در لاستیک چقدر است؟ فشار جو را $۱/۰۱\times۱۰^۵$ Pa را بگیرید.

حل: $p_1 = p + p_{atm} = ۱۶۵ + ۱۰۱ = ۲۶۶\,kPa$

$n_1 = n_2 \Rightarrow \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

$p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{T_1V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{(۲۶۶)(۱/۶۴\times۱۰^{-۲})(۳۰۰)}{(۲۷۳)(۱/۶۷\times۱۰^{-۲})} = ۲۸۷\,kPa$

فشار پیمانه‌ای $p = p_2 - p_{atm} = ۲۸۷ - ۱۰۱ = ۱۸۶\,kPa$

۶●- مقداری گازی آرمانی در دمای ۱۰/۰°C و فشار ۱۰۰kPa حجمی برابر با $۲/۵۰m^۳$ را اشغال می‌کند. (الف) چند مول گاز در این حجم وجود دارد؟ (ب) اگر فشار به ۳۰۰kPa و دما به ۳۰/۰°C برسد، حجم اشغال شده چقدر است؟ از نشت گاز چشمپوشی کنید.

حل: (الف) $T_1 = ۱۰ + ۲۷۳ = ۲۸۳\,k$

و $p_1 = ۱۰۰\times۱۰^۳ = ۱۰^۵\,Pa$

$n_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{(۱۰^۵)(۲/۵)}{(۸/۳۱)(۲۸۳)} = ۱۰۶/۲mol$

(ب) $T_2 = ۲۷۳ + ۳۰ = ۳۰۳$

$n_1 = n_2 \Rightarrow \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1} = \frac{(۱۰۰)(۲/۵)(۳۰۳)}{(۳۰۰)(۲۸۳)}$
$= ۰/۸۹۲m^۳$

۷●- گاز اکسیژن با حجم $۱۰۰۰cm^۳$ در دمای ۴۰/۰°C و فشار $۱/۰۱\times۱۰^۵$ Pa منبسط می‌شود تا حجم آن به $۱۵۰۰cm^۳$ و فشار آن به $۱/۰۶\times۱۰^۵$ Pa برسد. (الف) تعداد مولهای اکسیژن موجود و (ب) دمای نهایی نمونه را پیدا کنید. **SSM**

حل: (الف)

$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{(۱/۰۱\times۱۰^۵)(۱۰^{-۳})}{(۸/۳۱)(۳۱۳)} = ۰/۰۳۹mol$

(ب)

$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2V_2T_1}{p_1V_1} = \frac{(۱/۰۶\times۱۰^۵)(۱۵۰۰)(۳۱۳)}{(۱/۰۱\times۱۰^۵)(۱۰۰۰)}$
$= ۴۹۳k = ۲۲۰°C$

۸●- ظرفی حاوی ۲mol از یک گاز آرمانی به جرم مولی M_1 و ۰/۵mol از یک گاز آرمانی دیگر به جرم مولی $M_2=۳M_1$ است. چه کسری از فشار کل وارد بردیوارهٔ ظرف مربوط به گاز دوم است؟ (بحث نظریهٔ جنبشی دربارهٔ فشار به قانون تجربی فشارهای جزیی در مورد مخلوطی از گازها که واکنش شیمیایی ندارند، انجامیده است: *فشار کل اعمال شده به وسیلهٔ مخلوط چند گاز برابر است با مجموع فشارهای ناشی از تک تک گازها اگر به تنهایی ظرف را اشغال می‌کردند.*)

حل: $p_1 = \frac{n_1RT}{V}$ و $p_2 = \frac{n_2RT}{V}$

با استفاده از راهنمایی مسئله داریم:

$p_{tot} = p_1 + p_2 = (n_1 + n_2)\frac{RT}{V}$

$\frac{p_2}{p_{tot}} = \frac{\frac{n_2RT}{V}}{\frac{(n_1+n_2)RT}{V}} = \frac{n_2}{n_1+n_2} = \frac{۰/۵}{۲+۰/۵} = ۰/۲$

۹●- فرض کنید ۱/۸۰mol گاز آرمانی در یک تراکم تکدما در ۳۰°C از حجم $۳/۰۰m^۳$ به حجم $۱/۵۰m^۳$ تغییر می‌کند. (الف) در ضمن تراکم، چقدر انرژی به صورت گرما انتقال می‌یابد و (ب) آیا انتقال *به گاز یا از آن* صورت می‌گیرد؟

حل: (الف) رابطهٔ کار انجام شده در یک فرآیند تکدما بصورت زیر است

$$W = nRT\ln\frac{V_f}{V_i} = (۱/۸)(۸/۳۱)(۳۰+۲۷۳)\ln\frac{۱/۵}{۳}$$
$$= -۳/۱۴\times ۱۰^۳\ \mathrm{J}$$

از آنجا که در فرآیند تکدما تغییر انرژی داخلی صفر است ($\Delta E_i = ۰$)، لذا

$$Q = W = -۳/۱۴\times ۱۰^۳\ \mathrm{J}$$

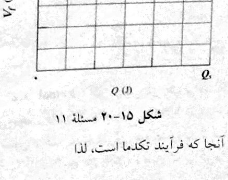
(ب) علامت منفی نشان می‌دهد که این انتقال از گاز به محیط بوده است.

●۱۰- *بطری آب در یک ماشین داغ.* در جنوب غربی آمریکا، دما در ماشین در حال پارک دربسته در زیر آفتاب در تابستان به قدری زیاد است که می‌تواند تن آدمی را بسوزاند. فرض کنید در بطری آب در دمای یخچال $۵/۰۰^\circ\mathrm{C}$ باز و سپس بسته شده و بعد در داخل ماشین در بسته‌ای با دمای $۷۵/۰^\circ\mathrm{C}$ قرار داده شود. با چشمپوشی از انبساط گرمایی آب و بطری، فشار هوای محبوس در داخل بطری را پیدا کنید. (فشار به اندازه‌ای است که در بطری از دندانه‌هایی که برای نگهداشتن آن وجود دارد می‌گذرد). [redacted]

حل:

$$p_۱ = ۱\mathrm{atm}$$
$$T_۱ = ۵ + ۲۷۳ = ۲۷۸\mathrm{K}$$
$$T_۲ = ۷۵ + ۲۷۳ = ۳۴۸\mathrm{K}$$
$$\frac{p_۲}{p_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow p_۲ = \frac{۳۴۸}{۲۷۸} = ۱/۲۵\mathrm{atm}$$

●●۱۱- فرض کنید وقتی به $۰/۸۲۵$ مول از یک گاز آرمانی انرژی به صورت گرمای Q داده شود انبساط تکدما پیدا کند. اگر شکل ۱۵-۲۰ حجم نهایی V_f نسبت به Q را نشان دهد، دمای گاز چقدر است؟ مقیاس محور عمودی با $V_{fs} = ۰/۳۰\mathrm{m}^۳$ و مقیاس محور افقی با $Q_s = ۱۲۰۰\mathrm{J}$ مشخص شده است.



شکل ۱۵-۲۰ مسئلهٔ ۱۱

حل: از آنجا که فرآیند تکدما است، لذا $\Delta E_i = ۰$

$$Q = W = nRT\ln\frac{V_۲}{V_۱}$$

برای استفاده از رابطهٔ فوق باید دو نقطه از نمودار را انتخاب کنیم.

$$\begin{cases} Q_۱ = ۰\mathrm{J} \\ V_۱ = ۰/۲\mathrm{m}^۳ \end{cases} \quad و \quad \begin{cases} Q_۲ = ۱۰۰۰\mathrm{J} \\ V_۲ = ۰/۳\mathrm{m}^۳ \end{cases}$$
$$Q = Q_۲ - Q_۱ = ۱۰۰۰\mathrm{J}$$
$$۱۰۰۰ = (۰/۸۲۵)(۸/۳۱)T\ln\left(\frac{۰/۳}{۰/۲}\right) \Rightarrow T = ۳۶۰\mathrm{K}$$

●●۱۲- در گسترهٔ دمایی $۳۱۰\mathrm{K}$ تا $۳۳۰\mathrm{K}$، فشار p یک گاز غیرآرمانی معین به حجم V و دمای T با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$p = (۲۴/۹\ \mathrm{J/K})\frac{T}{V} - (۰/۰۰۶۶۲\ \mathrm{J/K^۲})\frac{T^۲}{V}$$

اگر دمای گاز از $۳۱۵\mathrm{K}$ به $۳۲۵\mathrm{K}$ افزایش یابد و فشار ثابت نگهداشته شود، چقدر کار توسط گاز انجام می‌شود؟

حل:

$$\begin{cases} T_۱ = ۳۱۵\mathrm{K} \\ T_۲ = ۳۲۵\mathrm{K} \end{cases}$$

حجم گاز در دماهای $T_۱$ و $T_۲$ را از رابطهٔ میان p و V و T داده شده می‌توان یافت

$$p = ۲۴/۹\frac{T}{V} - ۰/۰۰۶۶۲\frac{T^۲}{V} \Rightarrow V = \frac{۲۴/۹T - ۶۶۲\times ۱۰^{-۵}T^۲}{p}$$
$$W = \int p\,dV = p\int_{V_۱}^{V_۲} dV = P(V_۲ - V_۱)$$
$$W = p\left[\frac{۲۴/۹T_۲ - ۶۶۲\times ۱۰^{-۵}T_۲^۲}{p} - \frac{۲۴/۹T_۱ - ۶۶۲\times ۱۰^{-۵}T_۱^۲}{p}\right]$$
$$= ۲۴/۹(T_۲ - T_۱) - ۶۶۲\times ۱۰^{-۵}(T_۲^۲ - T_۱^۲)$$
$$= ۲۴/۵(۳۲۵ - ۳۱۵) - ۶۶۲\times ۱۰^{-۵}(۳۲۵^۲ - ۳۱۵^۲)$$
$$= ۲۰۷\mathrm{J}$$

●●۱۳- هوایی که در آغاز در فشار پیمانه‌ای $۱۰۳/۰\mathrm{kPa}$ حجم $۰/۱۴۰\mathrm{m}^۳$ را اشغال کرده است به طور تکدما تا فشار $۱۰۱/۳\mathrm{kPa}$ منبسط و سپس در فشار ثابت سرد می‌شود تا اینکه به حجم اولیهٔ خود برسد. کار انجام شده به وسیلهٔ هوا را محاسبه کنید. (فشار پیمانه‌ای عبارت است از اختلاف بین فشار واقعی و فشار جو) **SSM ILW WWW**

حل: $p_۱ = p + p_{\mathrm{atm}} = ۱۰۳ + ۱۰۱/۳ = ۲۰۴/۳\mathrm{kPa}$

از آنجا که این فرآیند شامل دو قسمت تکدما و تک فشار است پس کار کل انجام شده بصورت زیر است

$$W_{\mathrm{tot}} = W_{\text{تکدما}} + W_{\text{تک فشار}}$$

در فرآیند تکدما داریم؛

$$W_{\text{تکدما}} = \int p\,dV = nRT_۱\ln\frac{V_۲}{V_۱} = p_۱v_۱\ln\frac{V_۲}{V_۱}$$
$$W_{\text{تکدما}} = (۲۰۴/۳\times ۱۰^۳)(۰/۱۴)\ln\frac{۰/۲۸۲}{۰/۱۴} = ۲۰۰۳۰\mathrm{J}$$

و در فرآیند تک فشار داریم؛

$$W_{\text{تکفشار}} = p_۲(V_۱ - V_۲) = (۱۰۱/۳\times ۱۰^۳)(۰/۱۴ - ۰/۲۸۲)$$
$$= -۱۴/۳۸\mathrm{kJ}$$
$$\Rightarrow W_{\mathrm{tot}} = ۲۰۰۳۰ + (-۱۴/۳۸\times ۱۰^۳) = ۵/۶۵\times ۱۰^۳\ \mathrm{J}$$

●●۱۴- *نجات زیر دریایی.* وقتی زیر دریایی *اسکالوس*[1] امریکا در عمق $۸۰\mathrm{m}$ گرفتار شد، یک اتاقک استوانه‌ای از یک کشتی برای نجات خدمه پایین برده شد. شعاع اتاقک $۱/۰۰\mathrm{m}$ و ارتفاع آن $۴/۰۰\mathrm{m}$ بود، که از زیر باز می‌شد و دو نجات دهنده داشت. آن را توسط کابلی که غواصی به آن متصل بود تا دریچهٔ زیر دریایی هدایت کردند. وقتی اتاقک به دریچه رسید و به بدنه وصل شد، خدمه به داخل اتاقک وارد شدند و نجات پیدا کردند. در ضمن پایین رفتن، هوا از مخزنها آزاد می‌شد تا از ورود آب به اتاقک جلوگیری کند. فرض کنید که فشار هوا در داخل برابر با فشار آب در عمق h باشد که با $p_۰ + \rho gh$ داده می‌شود، که در آن $p_۰ = ۱/۰۰۰\mathrm{atm}$ فشار سطح و $\rho = ۱۰۲۴\mathrm{kg/m}^۳$ چگالی آب درباست. همچنین فرض کنید دمای سطح $۲۰/۰^\circ\mathrm{C}$ و دمای آب در عمق فرورفته $-۳۰/۰^\circ\mathrm{C}$ باشد. (الف) حجم هوا در اتاقک در سطح چقدر است؟ (ب) اگر هوا از مخزنها خارج نمی‌شد، در عمق $h = ۸۰\mathrm{m}$ حجم هوا در اتاقک چقدر می‌بود؟ (پ) چند مول هوا لازم بود تا خالی شود تا اینکه حجم هوای اولیه در اتاقک ثابت بماند؟ [redacted] GO

حل: (الف)

$$p_۱ = p_۰ = ۱\mathrm{atm} = ۱\times ۱۰^۵\ \mathrm{Pa}$$
$$T_۱ = ۲۷۳ + ۲۰ = ۲۹۳\mathrm{K}$$
$$V_۱ = \pi r^۲ l = (۳/۱۴)(۱)^۲(۴) = ۱۲/۵\mathrm{m}^۳$$

(ب)

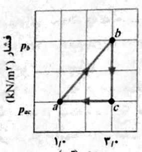
$$p_۲ = p_۰ + \rho gh = ۱\times ۱۰^۵ + (۱۰۲۴)(۹/۸)(۸۰)$$
$$\approx ۹\times ۱۰^۵\ \mathrm{Pa} = ۹\mathrm{atm}$$
$$T_۲ = ۲۷۳ - ۳۰ = ۲۴۳\mathrm{K}$$
$$\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۱\times ۱۲/۵}{۲۹۳} = \frac{(۹)V_۲}{۲۴۳} \Rightarrow V_۲ = ۱/۱۵\mathrm{m}^۳$$

(پ)

$$p_۲V_۱ = nRT_۲ \Rightarrow (۹\times ۱۰^۵)(۱۲/۵) = n(۸/۳۱)(۲۴۳)$$
$$\Rightarrow n = ۵۵۷۱\mathrm{mol}$$

●●۱۵- نمونه‌ای از یک گاز آرمانی فرایند چرخه‌ای $abca$ نشان داده شده در شکل ۱۵-۲۱ را طی می‌کند. مقیاس محور عمودی با $p_b = ۷/۵\mathrm{kPa}$ و $p_{ac} = ۲/۵\mathrm{kPa}$ مشخص شده است. (الف) چند مول گاز در این نمونه وجود دارد؟ (ب) دمای گاز در نقطهٔ b، (پ) دمای گاز در نقطهٔ c و (ت) انرژی خالص داده شده به گاز به صورت گرما در این طول این چرخه، چقدر است؟

1. Squalus



شکل ۱۵-۲۱ مسئلهٔ ۱۵

حل: (الف) با استفاده از نقطهٔ a می‌توان n را محاسبه نمود.

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{(۲/۵\times ۱۰^۳)(۱/۰)}{(۸/۳۱)(۲۰۰)} = ۱/۵\mathrm{mol}$$

(ب) با استفاده از نقاط a و b داریم:

$$\frac{p_aV_a}{T_a} = \frac{p_cV_c}{T_c} \Rightarrow T_b = \frac{p_aV_aT_a}{p_aV_a}$$
$$T_b = \frac{(۷/۵\times ۱۰^۳)(۳/۰)(۲۰۰)}{(۲/۵\times ۱۰^۳)(۱/۰)} = ۱۸۰۰\mathrm{k}$$

(پ) با استفاده از نقاط a و c داریم:

$$\frac{p_aV_a}{T_a} = \frac{p_cV_c}{T_c}$$
$$\Rightarrow T_c = \frac{p_cV_cT_a}{p_aV_a} = \frac{(۲/۵\times ۱۰^۳)(۳/۰)(۲۰۰)}{(۲/۵\times ۱۰^۳)(۱/۰)} = ۶۰۰\mathrm{k}$$

(ت) در چرخهٔ کامل $abca$، تغییرات انرژی داخلی صفر است، $\Delta E_{\mathrm{int}} = ۰$، لذا $W_{\mathrm{net}} = Q_{\mathrm{net}}$ است و کار خالص برابر با مساحت زیر چرخه (یعنی مثلث abc) است.

$$W = \frac{۱}{۲}(۳ - ۱)(۷/۵\times ۱۰^۳ - ۲/۵\times ۱۰^۳) = ۵\times ۱۰^۳\ \mathrm{J} = ۵\mathrm{kJ}$$

●●●۱۶- یک حباب هوا به حجم $۲۰\mathrm{cm}^۳$ در ته دریاچه‌ای به عمق $۴۰\mathrm{m}$ قرار دارد و دما در آنجا $۴/۰^\circ\mathrm{C}$ است. حباب به سطح آب می‌رسد که در آنجا دما $۲۰^\circ\mathrm{C}$ است. دمای هوای حباب با دمای آبی که آن را احاطه کرده است یکسان است. درست وقتی که حباب به سطح می‌رسد حجم آن چقدر است؟

حل: $p_۱$، فشار در ته دریاچه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود؛

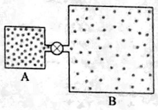
$$p_۱ = p_{\mathrm{atm}} + \rho gh = (۱/۰۱۳\times ۱۰^۵) + (۰/۹۹۸\times ۱۰^۳)(۹/۸)(۴۰)$$
$$= ۴/۹۳\times ۱۰^۵\ \mathrm{Pa}$$

با استفاده از قانون گازهای کامل برای دو نقطهٔ ته دریاچه و سطح آب که فشار در آن نقطه P_{atm} است، می‌توان حجم حباب در سطح آب را محاسبه نمود؛

$$p_۲ = p_{\mathrm{atm}} = ۱/۰۱۳\times ۱۰^۵\ \mathrm{Pa}$$
$$\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow V_۲ = \frac{p_۱V_۱T_۲}{p_۲T_۱}$$
$$T_۱ = ۲۷۳ + ۴ = ۲۷۷\mathrm{k} \quad و \quad T_۲ = ۲۷۳ + ۲۰ = ۲۹۳\mathrm{k}$$
$$V_۲ = \frac{(۴/۹۳\times ۱۰^۵)(۲۰)(۲۹۳)}{(۱/۰۱۳\times ۱۰^۵)(۲۷۷)} = ۱۰۲/۹۶\mathrm{cm}^۳ \simeq ۱۰۳\mathrm{cm}^۳$$

●●●۱۷- فشار گاز آرمانی محفظهٔ A در شکل ۱۵-۲۲ برابر با $۵/۰\times ۱۰^۵\ \mathrm{Pa}$ و دمای آن $۳۰۰\mathrm{K}$ است. این محفظه با لولهٔ

نازکی (و یک شیر بسته) به محفظهٔ B که حجم آن چهار برابر حجم محفظهٔ A است وصل شده است. در محفظهٔ B همان گاز آرمانی در فشار $۱/۰\times۱۰^{۵}$ Pa و دمای ۴۰۰K قرار دارد. شیر اتصال را باز می‌کنیم و در حالی که هر محفظه در دمای اولیه خود نگهداشته شده است، دو محفظه در یک فشار به تعادل می‌رسند. فشار نهایی در دو محفظه چقدر است؟



شکل ۱۵–۲۲ مسئلهٔ ۱۶

حل: تساوی‌های زیر را می‌توان از صورت مسئله، استفاده نمود.

$p'_A = p'_B = p$ و $V_B = ۴V_A$

$T_A = T'_A$ و $T_B = T'_B$

$V'_A = V_A$ و $V'_B = V_B = ۴V_A$

تعداد مول‌های مجموعه قبل و بعد از باز کردن شیر برابر است؛

$$n_A + n_B = n'_A + n'_B$$

$$\frac{p_A V_A}{RT_A} + \frac{p_B V_B}{RT_B} = \frac{p'_A V'_A}{RT'_A} + \frac{p'_B V'_B}{RT'_B}$$

$$\frac{(۵\times۱۰^{۵})V_A}{۳۰۰} + \frac{(۱/۰\times۱۰^{۵})(۴V_A)}{۴۰۰} = \frac{PV_A}{۳۰۰} + \frac{P(۴V_A)}{۴۰۰}$$

$$\Rightarrow p = ۲/۰\times۱۰^{۵}\ \text{Pa}$$

$$p'_A = p'_B = p = ۲/۰\times۱۰^{۵}\ \text{Pa}$$

•۱۸- تندی rms اتمهای هلیوم را در ۱۰۰۰K محاسبه کنید. در مورد جرم مولی اتمهای هلیوم به پیوست ج نگاه کنید.

حل: در پیوست ج، جرم مولکولی اتم هلیوم $۴/۰۰\times۱۰^{-۳}$ kg/mol آورده شده است. از معادله ۱۵–۲۲ داریم

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} = \sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۱۰۰۰)}{۴/۰۰\times۱۰^{-۳}}} = ۲/۵\times۱۰^{۳}\ \text{m/s}$$

•۱۹- پایینترین دمای ممکن در فضاهای دور ۲/۷K است. تندی rms مولکولهای هیدروژن در این دما چقدر است؟ [جرم مولی مولکولهای هیدروژن (H_2) در جدول ۱۵–۱ داده شده است]. SSM

حل: در جدول ۱۵–۱ جرم مولکولی هیدروژن $۲/۰۲\times۱۰^{-۳}$ kg/mol آورده شده است.

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} = \sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۲/۷)}{۲/۰۲\times۱۰^{-۳}}} = ۱۸۲/۵۴\ \text{m/s}$$

•۲۰- تندی rms اتمهای آرگون را در ۳۱۳K پیدا کنید. در مورد جرم مولی اتمهای آرگون به پیوسته ج نگاه کنید.

حل: در پیوست ج، جرم مولکولی اتم آرگون ۳۹/۹۵g/mol آورده شده است.

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} = \sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۳۱۳)}{۳۹/۹۵\times۱۰^{-۳}}} = ۴۴۲\ \text{m/s}$$

•۲۱- (الف) تندی rms مولکول نیتروژن را در ۲۰/۰°C محاسبه کنید. جرم مولی مولکولهای نیتروژن (N_2) در جدول ۱۵–۱ داده شده است. در چه دماهایی تندی rms (ب) نصف این مقدار و (پ) دو برابر این مقدار است؟

حل: در جدول ۱۵–۱ جرم مولکولی نیتروژن ۲۸g/mol آورده شده است

(الف) $$v_{rms} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} = \sqrt{\frac{۳(۸/۳۱)(۲۹۳)}{۲۸\times۱۰^{-۳}}} = ۵۱۰/۷۶\ \text{m/s}$$

(ب) $$\frac{۵۱۰/۷۶}{۲} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} \Rightarrow$$

$$T = \frac{(۲۵۵/۳۸)^{۲}(۲۸\times۱۰^{-۳})}{۳(۸/۱۳)} = ۷۴\ \text{K}$$

(پ) $$۲(۵۱۰/۷۶) = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} \Rightarrow T = \frac{(۱۰۲۱/۵)^{۲}(۲۸\times۱۰^{-۳})}{۳(۸/۱۳)} = ۱۱۹۸\ \text{K}$$

•۲۲- دما در جو خورشید $۲/۰۰\times۱۰^{۶}$ K و فشار ۰/۰۳۰۰Pa است. تندی rms الکترونهای آزاد $(m=۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}\ \text{kg})$ آنجا را با فرض اینکه آنها گاز آرمانی باشند محاسبه کنید.

حل: از آنجا که جرم الکترون‌های آزاد را داریم، از رابطهٔ زیر برای تندی rms استفاده می‌کنیم

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳kT}{m}} = \sqrt{\frac{۳(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۲\times۱۰^{۶})}{(۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱})}} = ۹/۶\times۱۰^{۶}\ \text{m/s}$$

••۲۳- باریکه‌ای از مولکولهای هیدروژن (H_2) با زاویهٔ ۵۵° به خط عمود بر دیواری نشانه روی شده است. تندی هر مولکول در باریکه ۱/۰km/s و جرم آن $۳/۳\times۱۰^{-۲۴}$g است. باریکه با آهنگ $۱۰^{۲۳}$ مولکول بر ثانیه به سطحی به مساحت $۲/۰\text{cm}^{۲}$ از دیوار برخورد می‌کند. فشاری که باریکهٔ مولکولها بر دیوار وارد می‌کند چقدر است؟

حل: برای هر مولکول، نیروی وارد بر دیواره بصورت زیر است:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۲mv_x}{\Delta t} = \frac{۲mv\cos\theta}{\Delta t}$$

نیروی وارد بر دیواره از طرف N مولکول نیز بصورت زیر است

$$F = \frac{۲Nmv\cos\theta}{\Delta t}$$

و فشار ناشی از این نیرو به دیواره چنین است

$$p = \frac{F}{A} = \frac{۲Nmv\cos\theta}{A\Delta t} = \frac{(۱۰^{۲۳})(۲)(۳/۳\times۱۰^{-۲۷})(۱۰)(\cos ۵۵°)}{(۲\times۱۰^{-۴})(۱)} = ۱/۹\times۱۰^{۳}\ \text{Pa}$$

••۲۴- چگالی یک گاز در دمای ۲۷۳K و فشار $۱/۰۰\times۱۰^{-۲}$ atm برابر با $۱/۲۴\times۱۰^{-۵}\text{g/cm}^{۳}$ است. (الف) مقدار v_{rms} مولکولهای گاز را پیدا کنید. (ب) جرم مولی گاز را محاسبه و (ب) نوع گاز را شناسایی کنید. (*راهنمایی*: نام این گاز در جدول ۱۵–۱ آمده است.)

حل: (الف) $pV = nRT$ ، $\rho = \dfrac{M_{\text{sam}}}{v}$ ، $m_{\text{sam}} = nM$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}} = \sqrt{\frac{۳nRT}{nM}} = \sqrt{\frac{۳pV}{m_{\text{sam}}}} = \sqrt{\frac{۳p}{\frac{m_{\text{sam}}}{V}}} = \sqrt{\frac{۳p}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{۳(۱/۰\times۱۰^{۵})}{۱/۲۴\times۱۰^{-۲}}} = ۴۹۵/۱\ \text{m/s}$$

(ب) $$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}}$$

$$\rightarrow M = \frac{۳RT}{v_{\text{rms}}^{۲}} = \frac{۳(۸/۳۱)(۲۷۳)}{(۴۹۵/۱)^{۲}} = ۰/۰۲۸\ \text{kg/mol}$$

(پ) با استفاده از اطلاعات جدول ۱۵–۱ می‌بینیم که این جرم مولی مربوط به گاز نیتروژن است.

•۲۵- مقدار میانگین انرژی جنبشی انتقالی مولکولهای یک گاز آرمانی را در (الف) ۰/۰۰°C و (ب) ۱۰۰°C تعیین کنید. انرژی جنبشی انتقالی هر مول از گاز آرمانی در (پ) ۰/۰۰°C و (ت) ۱۰۰°C چقدر است؟

حل: (الف) $$K_{\text{ave}} = \frac{۳}{۲}kT = \left(\frac{۳}{۲}\right)(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۲۷۳) = ۵/۶۵\times۱۰^{-۲۱}\ \text{J}$$

(ب) $$K_{\text{ave}} = \frac{۳}{۲}kT = \left(\frac{۳}{۲}\right)(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۱۰۰+۲۷۳) = ۷/۷۲\times۱۰^{-۲۱}\ \text{J}$$

(پ) $$۱\text{mol(gas)} = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}$$

$$K_{۱\text{mol}} = N_A\overline{K} = (۶/۰۲\times۱۰^{۲۳})(۵/۶۵\times۱۰^{-۲۱}) = ۳۴۰۱/۳\ \text{J}$$

(ت) $$K_{۱\text{mol}} = N_A\overline{K} = (۶/۰۲\times۱۰^{۲۳})(۷/۷۲\times۱۰^{-۲۱}) = ۴۶۴۷/۴۴\ \text{J}$$

•۲۶- انرژی جنبشی انتقالی توسط مولکولهای نیتروژن در دمای ۱۶۰۰K چقدر است؟

حل: $$K_k = \frac{۳}{۲}kT = \left(\frac{۳}{۲}\right)(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۱۶۰۰) = ۳/۳\times۱۰^{-۲۰}\ \text{J}$$

••۲۷- آبی که در ظرفی روباز در دمای ۳۲/۰°C قرار دارد به علت فرار تعدادی از مولکولهای سطح تبخیر می‌شود. گرمای تبخیر (۵۳۹cal/g) را می‌توان تقریباً برابر با εn گرفت که در آن ε انرژی میانگین مولکولهای فرارکننده و n تعداد مولکولهای موجود در هر گرم است. (الف) ε را پیدا کنید. (ب) با فرض اینکه رابطهٔ انرژی جنبشی با دما همان باشد که مربوط به گازهاست، نسبت ε به انرژی جنبشی متوسط مولکولهای H_2O چقدر است؟

حل: (الف) $$n = \frac{N_A}{M} = \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}{۱۸} = ۳/۳۴\times۱۰^{۲۲}\ \text{مولکول/g}$$

$$\varepsilon = \frac{L_V}{n} = \frac{۵۳۹}{۳/۳۴\times۱۰^{۲۲}} = ۱/۶۱\times۱۰^{-۲۰}\ \frac{cal}{\text{مولکول}} = ۶/۷۶\times۱۰^{-۲۱}\ \frac{J}{\text{مولکول}}$$

(ب) $$K_{\text{ave}} = \frac{۳}{۲}kT = \frac{۳}{۲}(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۳۲+۲۷۳) = ۶/۳۲\times۱۰^{-۲۱}\ \text{J}$$

$$\frac{\varepsilon}{K_{\text{ave}}} = \frac{۶/۷۶\times۱۰^{-۲۱}}{۶/۳۲\times۱۰^{-۲۱}} = ۱۰/۷$$

•۲۸- پویش آزاد میانگین مولکولهای نیتروژن در دمای ۰/۰۰°C و فشار ۱/۰atm برابر با $۰/۸۰\times۱۰^{-۵}$ cm است. در این دما و فشار $۲/۷\times۱۰^{۱۹}$ مولکول در هر سانتی‌متر مکعب وجود دارد. قطر مولکولی چقدر است؟

حل:

$$d = \sqrt{\frac{۱}{\sqrt{۲}\,\lambda\pi(N/V)}} = \sqrt{\frac{۱}{\sqrt{۲}(۰/۸\times۱۰^{۵}\ \text{cm})\pi(۲/۷\times۱۰^{۱۹}\ \text{cm}^{-۳})}}$$

$$= ۳/۲۳\times۱۰^{-۸}\ \text{cm} = ۳/۲۳\times۱۰^{-۱۰}\ \text{m}$$

•۲۹- چگالی جو در ارتفاع ۲۵۰۰km تقریباً ۱ مولکول/$\text{cm}^{۳}$ است. (الف) با فرض اینکه قطر مولکولی $۲/۰\times۱۰^{-۸}$ cm باشد، پویش آزاد میانگین پیش‌بینی شده با معادلهٔ۱۵–۲۵ را پیدا کنید. (ب) توضیح دهید که آیا مقدار پیش‌بینی شده معنا دارد. SSM

حل: (الف) $$\lambda = \frac{۱}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}\frac{N}{V}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}\pi(۲\times۱۰^{-۸})^{۲}\times۱} = ۶\times۱۰^{۱۴}\ \text{cm} = ۶\times۱۰^{۹}\ \text{km}$$

(ب) با محاسبهٔ محیط مدار حرکت مولکول‌های گاز به دور زمین،

$$۲\pi R = ۲\pi(r_e + r_{\text{gas}}) = ۲\pi(۶۴۰۰\times۱۰^{۳} + ۲۵۰۰\times۱۰^{۳}) = ۵/۵۹\times۱۰^{۷}\ \text{m}$$

مشاهده می‌شود که λ (فاصله میانگین برخورد مولکول‌های گاز) از محیط دوران آنها به دور زمین بزرگتر است، لذا در چنین ارتفاعی مولکول‌ها هیچ برخورد تصادفی ندارند.

•۳۰- در چه بسامدی طول موج صوت در هوا با پویش آزاد میانگین مولکولهای اکسیژن در فشار ۱/۰atm ودمای ۰/۰۰°C برابر است؟ قطر مولکول اکسیژن برابر است با $۳/۰\times۱۰^{-۸}$ cm.

حل:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}p} = \frac{(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۲۷۳)}{\sqrt{۲}\pi(۳\times۱۰^{-۱۰})^{۲}(۱/۰۱\times۱۰^{۵})} = ۹/۳۳\times۱۰^{-۸}\ \text{m}$$

مطابق توضیح مسئله این طول موج را، طول موج صوت در نظر می‌گیریم،

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow F = \frac{V}{\lambda}$$

$$f = \frac{331}{9/33\times10^{-8}} = 3/55\times10^{9}\ \text{Hz}$$

●●۳۱- در نوعی شتابدهنده، پروتونها مسیری دایره‌ای به قطر ۲۳/۰m را در یک اتاقک خلأ طی می‌کنند که دمای گاز باقیمانده در آن ۲۹۵K و فشار آن $1/00\times10^{-6}$ torr است. (الف) تعداد مولکولهای گاز در هر سانتی‌متر مکعب را در این فشار محاسبه کنید. (ب) اگر قطر مولکولی $2/00\times10^{-8}$ cm باشد، پویش آزاد میانگین مولکولهای گاز چقدر است؟

حل: فشار محفظه را از torr به پاسکال تبدیل می‌کنیم

$$10^{-6}\ \text{torr} = (10^{-6}\ \text{mmHg})\left(\frac{1/01\times10^{5}\ \text{Pa}}{760\ \text{mmHg}}\right) = 1/33\times10^{-4}\ \text{Pa}$$

$$\begin{cases} n = \dfrac{N}{N_A} \\ k = \dfrac{R}{N_A} \end{cases} \text{و}\quad pV = NkT \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{1/33\times10^{-4}}{(1/38\times10^{-23})(295)} = 3/27\times10^{16}\ \frac{\text{مولکول}}{\text{m}^3}$$

$$= 3/27\times10^{10}\ \frac{\text{مولکول}}{\text{cm}^3}$$

(ب)
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2\times10^{-10})^2(3/27\times10^{16})}$$
$$= 172\ \text{m}$$

●●۳۲- در دمای ۲۰°C و فشار ۷۵۰ torr، پویش آزاد میانگین گاز آرگون (Ar) و گاز نیتروژن (N_2) عبارت‌اند از $\lambda_{N_2} = 2/75\times10^{-6}$ cm و $\lambda_{A_r} = 9/9\times10^{-6}$ cm (الف) نسبت قطر اتم Ar به قطر مولکول N_2 را پیدا کنید. پویش آزاد میانگین آرگون در (ب) ۲۰°C و ۱۵۰ torr و (پ) ۴۰°C- و ۷۵۰ torr چقدر است؟

حل: (الف)
$$\frac{\lambda_{Ar}}{\lambda_{N_2}} = \frac{\dfrac{1}{d_{Ar}^2}}{\dfrac{1}{d_{N_2}^2}} \Rightarrow \frac{d_{Ar}}{d_{Nr}} = \sqrt{\frac{\lambda_{N_2}}{\lambda_{Ar}}} = \sqrt{\frac{27/5\times10^{-6}}{9/9\times10^{-6}}}$$
$$= 1/67$$

(ب)
$$\begin{cases} n = \dfrac{N}{N_A} \\ pV = nRT \end{cases} \Rightarrow pV = \frac{NRT}{N_A} \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{pN_A}{RT}$$

با جایگذاری رابطهٔ فوق در معادلهٔ پویش آزاد میانگین داریم:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V} = \frac{RT}{\sqrt{2}\pi d^2 pN_A}$$
$$= \frac{(8/31)(293)}{\sqrt{2}\pi(1/1\times10^{-10})^2(150\times10^{3})(6/02\times10^{23})}$$
$$= 5\times10^{-7}\ \text{m}$$

(پ)
$$\lambda = \frac{(8/31)(233)}{\sqrt{2}\pi(1/1\times10^{-10})^2(750\times10^{3})(6/02\times10^{23})}$$
$$= 8\times10^{-8}\ \text{m}$$

●۳۳- ده ذره با تندیهای زیر حرکت می‌کنند: چهار ذره با ۲۰۰m/s، دو ذره با ۵۰۰m/s و چهار ذره با ۶۰۰m/s. مطلوب است (الف) تندی متوسط، (ب) تندی rms. (پ) آیا $v_{rms} > v_{avg}$ است؟

حل: (الف)

$$v_{avg} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i = \frac{1}{10}[4(200)^2 + 2(500) + 4(600)]$$
$$= 420\ \text{m/s}$$

(ب)
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{10}[4(200)^2 + 2(500)^2 + 4(600)^2} = 458\ \text{m/s}$$

(پ) بله،
$$v_{rms} = 458 > v_{avg} = 420\ \text{m/s}$$

●۳۴- تندی ۲۲ ذره به صورت زیر است (N_i تعداد ذره‌هایی هستند که تندی آنها v_i است)

N_i	۲	۴	۶	۸	۲
v_i(cm/s)	۱/۰	۲/۰	۳/۰	۴/۰	۵/۰

مطلوب است (الف) v_{avg}، (ب) v_{rms} و (پ) v_P.

حل: (الف)
$$N = 2+4+6+8+2 = 22$$

$$v_{avg} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} n_i v_i$$
$$= \frac{1}{22}[2(1/0) + 4(2/0) + 6(3/0) + 8(4/0) + 2(5/0)]$$
$$= 3/18\ \text{cm/s}$$

(ب)
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{22}[2(1/0)^2 + 4(2/0)^2 + 6(3/0)^2 + 8(4/0)^2 + 2(5/0)^2]}$$
$$= 3/37\ \text{cm/s}$$

(پ) محتملترین تندی (v_p)، تندی است که بیشتر ذرات دارند. ۸ ذره دارای تندی ۴cm/s می‌باشند. پس $v_p = 4$ cm/s

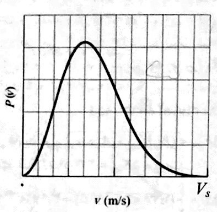
●۳۵- تندی ۱۰ مولکول عبارت‌اند از ۲/۰، ۳/۰، ۴/۰، ... ، ۱۱ کیلومتر بر ثانیه. (الف) تندی متوسط و (ب) تندی rms آنها چقدر است؟ **SSM**

حل: (الف)
$$v_{avg} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i$$
$$= \frac{1}{10}(2/0+3/0+4/0+5/0+6/0+7/0+8/0+9/0+10/0+11/0)$$

$$= 6/5\ \text{km/s}$$

(ب)
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{10}(2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2+10^2+11^2}$$
$$= 7\ \text{km/s}$$

●●۳۶- شکل ۱۵-۲۳ توزیع احتمال گاز نیتروژن را به دست می‌دهد. (الف) دمای گاز و (ب) تندی rms مولکولها چقدر است؟



شکل ۱۵-۲۳ مسئلهٔ ۳۶

حل: (الف) با استفاده از شکل ۱۵-۲۳ داریم

$$v_P = 400\ \text{m/s}$$
$$v_P = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \Rightarrow T = \frac{Mv_p^2}{2R} = \frac{(28\times10^{-3})(400)^2}{2(8/31)} = 270\text{K}$$

(ب)
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8/31)(270)}{28\times10^{-3}}} = 490\ \text{m/s}$$

●●۳۷- در چه دمایی تندی rms (الف) H_2 (مولکول هیدروژن) و (ب) O_2 (مولکول اکسیژن) برابر با سرعت فرار از زمین است (جدول ۱۳-۲)؟ در چه دمایی تندی rms (پ) H_2 و (ت) O_2 برابر با تندی فرار از ماه است؟ (در ماه مقدار شتاب گرانشی در سطح ۰/۱۶g است). با بررسی پاسخهای (الف) و (ب)، آیا (ث) هیدروژن و (ج) اکسیژن در جو بالای زمین که دما تقریباً ۱۰۰۰K است، بیشتر است؟

حل: در فصل ۱۳ سرعت فرار از سطح هر سیاره‌ای بصورت $v = \sqrt{2gr}$ آمده است که g شتاب گرانشی در سطح سیاره و r شعاع سیاره است.

$$v_e = \sqrt{2(9/8)(6/37\times10^{6})} = 11174 \cong 11/2\ \text{km/s}$$
$$v_m = \sqrt{2(0/16\times9/8)(1/74\times10^{6})} = 2336\ \text{m/s}$$
$$\cong 2/34\ \text{km/s}$$

(الف)
$$v_e = v_{rms}(H_2) \Rightarrow 11174 = \sqrt{\frac{3RT}{M_{Hr}}}$$
$$\Rightarrow T = \frac{(11174)^2 M_{Hr}}{3R} = \frac{(1174)^2(2\times10^{-3})}{3(8/31)} \cong 10^4\ \text{k}$$

(ب)
$$v_e = v_{rms}(o_2) \Rightarrow 11174 = \sqrt{\frac{3RT}{M_{Hr}}}$$
$$\Rightarrow T = \frac{(11174)^2 M_{o_2}}{3R} = \frac{(11174)^2(32\times10^{-3})}{3(8/31)}$$
$$\cong 16\times10^4\ \text{k}$$

(پ)
$$v_m = v_{rms}(H_2) \Rightarrow 2336 = \sqrt{\frac{3RT}{M_{Hr}}}$$
$$\Rightarrow T = \frac{(2336)^2(2\times10^{-3})}{3(8/31)} \cong 438\text{k}$$

(ت)
$$v_m = v_{rms}(o_2) \Rightarrow 2336 = \sqrt{\frac{3RT}{M_{o_2}}}$$
$$\Rightarrow T = \frac{(2336)^2(32\times10^{-3})}{3(8/31)} \cong 7000\ \text{k}$$

(ث) و (ج) از نتایج قسمت‌های (الف) و (ب) نتیجه می‌گیریم که دمای $T = 1000$k برای فرار اتم‌های اکسیژن کافی نیست، در حالیکه احتمال فرار اتم‌های هیدروژن وجود دارد.

●●۳۸- دمای دو محفظه یکسان است. یکی از محفظه‌ها محتوی گازی با فشار p_1 است که جرم مولکولهای آن m_1 و تندی rms آنها v_{rms1} است. محفظهٔ دیگر محتوی گازی با فشار $2/0p_1$ است که جرم مولکولهای آن m_2 و تندی متوسط آنها $v_{avg2} = 2/0\,v_{rms1}$ است. نسبت جرم m_1/m_2 را پیدا کنید.

حل:
$$v_{avg} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad \text{و} \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\frac{v_{avg2}}{v_{rms1}} = \sqrt{\frac{\dfrac{8RT}{\pi M_2}}{\dfrac{3RT}{M_1}}} = \sqrt{\frac{8M_1}{3\pi M_2}} \Rightarrow (2)^2 = \frac{8M_1}{3\pi M_2}$$
$$\Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{12\pi}{8} = 4/7$$

●●۳۹- یک مولکول هیدروژن (به قطر $1/0\times10^{-8}$ cm) با تندی rms از کوره‌ای (با دمای $T = 4000$K) به درون یک اتاقک حاوی اتمهای آرگون سرد (با قطر $3/0\times10^{-8}$ cm) با چگالی $4/0\times10^{19}$ اتم/cm³ فرار می‌کند. (الف) تندی مولکول هیدروژن چقدر است؟ (ب) اگر این مولکول با یک اتم آرگون برخورد کند، نزدیکترین فاصلهٔ بین مرکزهای آنها با فرض کروی بودن مولکولها، چقدر است؟ (*راهنمایی:* فرض کنید که اتمهای آرگون ساکن هستند. پویش آزاد میانگین مولکول هیدروژن با معادلهٔ ۱۵-۲۶ داده می‌شود نه با معادلهٔ ۱۵-۲۵.)

حل: (الف)
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8/31)(4000)}{2\times10^{-3}}} = 7062\ \text{m/s}$$

(ب) در این برخورد نزدیک‌ترین فاصله بین مرکز مولکول هیدروژن و اتم آرگون برابر مجموع شعاع‌های آنها است.

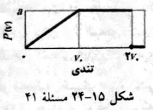
$$R = R_{Ar} + R_{H_2} = \frac{d_{Ar}}{2} + \frac{d_{H2}}{2} = \frac{1}{2}[3\times10^{-8} + 1\times10^{-8}]$$
$$= 2\times10^{-8}\ \text{cm}$$

۴۰●●- معلوم شده است که محتملترین تندی مولکولهای یک گاز در دمای (یکنواخت) $T_۲$ با تندی rms مولکولهای این گاز در دمای (یکنواخت) $T_۱$ برابر است. $T_۲/T_۱$ را محاسبه کنید.

حل: $v_{rms}=\sqrt{\frac{۳RT_۱}{M}}$ و $v_P=\sqrt{\frac{۲RT_۲}{M}}$

$$v_P=v_{rms}\Rightarrow \frac{۲RT_۲}{M}=\frac{۳RT_۱}{M}\Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۳}{۲}$$

۴۱●●- شکل ۱۵-۲۴ یک توزیع تندی فرضی را برای نمونه‌ای از N ذره از یک گاز نشان می‌دهد [توجه کنید که به ازای $v>۲v_۰$ داریم $P(v)=۰$]. مقدارهای (الف) $av_۰$ (ب) $v_{avg}/v_۰$، و (پ) $v_{rms}/v_۰$، چقدر است؟ چه کسری از ذره‌ها دارای تندی برابر با $۱/۵v_۰$ و $۲/۰v_۰$ است؟ **SSM WWW**



شکل ۱۵-۲۴ مسئلهٔ ۴۱

حل: (الف) انتگرال تابع توزیع روی همهٔ تندی‌ها برابر یک است:
$$\int P(v)dv=۱$$
انتگرال فوق را با محاسبهٔ مساحت زیر منحنی که مجموع مساحت مثلث و یک مستطیل است، حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۲}(av_۰)+av_۰=۱$$
$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}av_۰=۱\Rightarrow av_۰=\frac{۲}{۳}=۰/۶۷$$

(ب)
$$v_{avg}=\int_۰^{۲v_۰}vP(v)dv=\int_۰^{v_۰}vP(v)dv+\int_۰^{۲v_۰}vP(v)dv$$
$$=\int_۰^{v_۰}v\left(\frac{av}{v_۰}\right)dv+\int_{v_۰}^{۲v_۰}vadv=\frac{a}{v_۰}\frac{v^۳}{۳}\Big|_۰^{v_۰}+a\frac{v^۲}{۲}\Big|_{v_۰}^{۲v_۰}$$
$$=\frac{۱۱}{۶}av_۰^۲=\frac{۱۱}{۶}\left(\frac{۲}{۳}\right)v_۰=\frac{۱۱}{۹}v_۰$$
$$\Rightarrow \frac{v_{avg}}{v_۰}=\frac{۱۱}{۹}=۱/۲۲$$

(پ)
$$v_{rms}=\sqrt{\int_۰^{۲v_۰}v^۲p(v)\,dv}$$
$$v_{rms}=\sqrt{\int_۰^{v_۰}v^۲\left(\frac{av}{v_۰}\right)dv+\int_۰^{۲v_۰}v^۲adv}$$
$$=\sqrt{\frac{a}{v_۰}\cdot\frac{v^۴}{۴}\Big|_۰^{v_۰}+a\frac{v^۳}{۳}\Big|_{v_۰}^{۲v_۰}}=۱/۳۱v_۰$$
$$\Rightarrow \frac{v_{rms}}{v_۰}=۱/۳۱$$

۴۲●- انرژی درونی $۱/۰\text{mol}$ را از یک گاز تک اتمی آرمانی در ۲۷۳K چقدر است؟

حل: انرژی درونی گاز تک اتمی بصورت زیر است؛

$$E_{int}=\frac{۳}{۲}nRT=\frac{۳}{۲}(۱/۰)(۸/۳۱)(۲۷۳)=۳/۴\times ۱۰^۳\ \text{J}$$

۴۳●●- دمای $۲/۰۰\text{mol}$ از یک گاز تک اتمی آرمانی در حجم ثابت به اندازهٔ $۱۵/۰\text{K}$ بالا برده می‌شود. (الف) کار W انجام شده به وسیلهٔ گاز، (ب) انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q، (پ) تغییر ΔE_{int} در انرژی درونی گاز و (ت) تغییر ΔK در انرژی جنبشی متوسط به ازای هر اتم چقدر است؟

حل: (الف) این فرآیند در حجم ثابت انجام می‌شود و کار انجام شده در فرآیند تک حجم صفر است.

(ب)
$$\begin{cases}Q=nC_V\Delta T\\ C_V=\frac{۳}{۲}R_{(\text{برای گاز تک اتمی})}\end{cases}\Rightarrow Q=\frac{۳}{۲}nR\Delta T$$
$$Q=\frac{۳}{۲}(۲)(۸/۳۱)(۱۵)=۳۷۳/۹۵\text{J}$$

(پ) مطابق قانون اول ترمودینامیک $\Delta E_{int}=Q-W$ است که $W=۰$ است، لذا $\Delta E_{int}=۳۷۳/۹۵\text{J}$ می‌باشد.

(ت) $$\Delta K=\frac{۳}{۲}k\Delta T=\frac{۳}{۲}(۱/۳۸\times ۱۰^{-۲۳})(۱۵)=۳/۱\times ۱۰^{-۲۲}\ \text{J}$$

۴۴●●- در فشار ثابت، دمای $۲/۰۰\text{mol}$ از یک گاز تک اتمی آرمانی $۱۵/۰\text{K}$ بالابرده می‌شود. (الف) کار W انجام شده به وسیلهٔ گاز، (ب) انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q، (پ) تغییر ΔE_{int} در انرژی درونی گاز و (ت) تغییر ΔK در انرژی جنبشی میانگین به ازای هر اتم چقدر است؟

حل: (الف)
$$W=p\Delta V$$
و با استفاده از قانون گازهای کامل داریم: $p\Delta V=nR\Delta T$
$$\Rightarrow W=nR\Delta T=۲(۸/۳۱)(۱۵)=۲۴۹/۲\text{J}$$

(ب)
$$\begin{cases}Q=nC_p\Delta T\\ C_p=\frac{۵}{۲}R_{(\text{برای گاز تک اتمی})}\end{cases}\Rightarrow Q=\frac{۵}{۲}nR\Delta T$$
$$Q=\frac{۵}{۲}(۲)(۸/۳۱)(۱۵)=۶۲۳/۲۵\text{J}$$

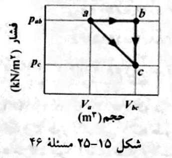
(پ) با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم؛
$$\Delta E_{int}=Q-W=۶۲۳/۲۵-۲۴۹/۲=۳۷۳/۹۵\text{J}$$

(ت)
$$\Delta K_{tot}=\Delta E_{int}=۳۷۳/۹۵\text{J}$$
مولکول $N=nN_A=۲(۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳})=۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۳}$
$$K_{ave}=\frac{\Delta K}{N}=\frac{۳۷۳/۹۵}{۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۳}}=۳/۱۱\times ۱۰^{-۲۲}\ \text{J}$$

۴۵●●- در محفظه‌ای مخلوطی از سه گاز قرار دارد که بر هم اثری ندارند. $۲/۴۰\text{mol}$ از گاز ۱ با $C_{V۱}=۱۲/۰\,\text{J/mol}\cdot\text{K}$، $۱/۵۰\text{mol}$ از گاز ۲ با $C_{V۲}=۱۲/۸\,\text{J/mol}\cdot\text{K}$، و $۳/۲۰\text{mol}$ از گاز ۳ با $C_{V۳}=۲۰/۰\,\text{J/mol}\cdot\text{K}$. مقدار C_V مخلوط چقدر است؟ **SSM**

حل:
$$\Delta E_{int_{\text{مخلوط}}}=\sum_{i=۱}^{۳}\Delta E_{int_i}$$
$$(n_۱+n_۲+n_۳)C_V\Delta T=n_۱C_{V_۱}\Delta T+n_۲C_{V_۲}\Delta T+n_۳C_{V_۳}\Delta T$$
$$\Rightarrow C_V=\frac{n_۱C_{V_۱}+n_۲C_{V_۲}+n_۳C_{V_۳}}{n_۱+n_۲+n_۳}$$
$$=\frac{(۲/۴)(۱۲)+(۱/۵)(۱۲/۸)+(۳۲)(۲۰)}{(۲/۴+۱/۵+۳/۲)}$$
$$C_V=۱۵/۸\ \text{J/mol K}$$

۴۶●●- یک مول از یک گاز دو اتمی آرمانی در راستای مسیر قطری از a تا c را در شکل ۱۵-۲۵ طی می‌کند. مقیاس محور عمودی با $p_{ab}=۵/۰\,\text{kPa}$ و $p_c=۲/۰\,\text{kPa}$ و مقیاس محور افقی با $V_{bc}=۴/۰\,\text{m}^۳$ و $V_a=۲/۰\,\text{m}^۳$ مشخص شده است. در این انتقال (الف) تغییر در انرژی درونی گاز چقدر است؟ و (ب) چقدر انرژی به صورت گرما به گاز داده می‌شود؟ (ب) اگر گاز در راستای مسیر غیر مستقیم abc از a تا c را طی کند چقدر گرما لازم است؟ GO



شکل ۱۵-۲۵ مسئلهٔ ۴۶

حل: (الف) از قانون گازهای کامل برای نقطهٔ a داریم:
$$p_aV_a=nRT_a$$
$$\Rightarrow (۵\times ۱۰^۳)(۲)=(۱)(۸/۳۱)T_a\Rightarrow T_a=۱۲۰۳/۴\text{k}$$
و برای نقطهٔ b داریم:
$$p_CV_C=nRT_C$$
$$\Rightarrow (۲\times ۱۰^۳)(۲)=(۱)(۸/۳۱)T_a\Rightarrow T_a=۱۲۰۳/۴\text{k}$$
$$\begin{cases}\Delta E_{int}=nC_V\Delta T\\ C_V=\frac{۵}{۲}R_{(\text{برای گاز دو اتمی داریم})}\end{cases}\Rightarrow \Delta E_{int}=\frac{۵}{۲}nR(T_C-T_A)$$
$$\Delta E_{int}=(۱)\left(\frac{۵}{۲}\right)(۸/۳۱)(۹۶۲/۷-۱۲۰۳/۴)=-۵۰۰۲/۹\text{J}$$

(ب)
$$\Delta E_{int}=Q-W\Rightarrow -۵۰۰۲/۹=Q-W\Rightarrow Q=W-۵۰۰۲/۹$$
کار، مساحت زیر نمودار $p-V$ است.
$$W=\frac{۱}{۲}\cdot\overline{ab}\cdot\overline{bc}=\frac{۱}{۲}(۴-۲)(۵\times ۱۰^۳+۲\times ۱۰^۳)=۷۰۰۰\text{J}$$
$$\Rightarrow Q=۷۰۰۰-۵۰۰۲/۹=۱۹۹۷/۱\text{J}$$

(پ) کار در فرآیند ab برابر مساحت زیر خط ab است؛
$$W_{ab}=(۴-۲)(۵\times ۱۰^۳)=۱۰^۴\ \text{J}$$
و کار در فرآیند bc، که فرآیندی تک حجم است صفر است؛
$$W_{bc}=۰$$
$$W=W_{ab}+W_{bc}=۱۰^۴+۰=۱۰^۴\ \text{J}$$
$$\Delta E_{int}=Q-W\Rightarrow Q=\Delta E_{int}+W$$
$$Q=-۵۰۰۲/۹+۱۰^۴=۴۹۹۷/۱\text{J}$$

۴۷●●- جرم یک مولکول گاز را می‌توان از گرمای ویژهٔ آن در حجم ثابت c_V محاسبه کرد. (توجه کنید که این همان C_V نیست.) با قرار دادن $c_V=۰/۰۷۵\,\text{cal/g}\cdot\text{C}^\circ$ برای آرگون، (الف) جرم اتم آرگون و (ب) جرم مولی آرگون را محاسبه کنید. **ILW**

حل: (الف) $C_V=Mc_V$، که در آن M جرم مولی، c_V گرمای ویژه مولی در حجم ثابت و C_v گرمای ویژه در حجم ثابت است و $M=mN_A$ و برای یک گاز تک اتمی $C_V=\frac{۳}{۲}R$ است.

$$\Rightarrow C_V=Mc_V=mN_Ac_V\Rightarrow m=\frac{C_V}{N_Ac_V}$$
$$C_V=\frac{۳}{۲}(۸/۳۱)=۱۲/۴۷\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}=\frac{۱۲/۴۷}{۴/۱۸۶}=۲/۹۸\frac{\text{cal}}{\text{mol}\cdot{}^\circ\text{C}}$$
$$\Rightarrow m=\frac{۲/۹۸}{(۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳})(۰/۰۷۵)}=۶/۶\times ۱۰^{-۲۳}\ \text{g}$$

(ب) $$M=\frac{C_V}{c_V}=\frac{۲/۹۸}{۰/۰۷۵}=۳۹/۳۷\text{g/mol}$$

۴۸●●- هرگاه $۲۰/۹\text{J}$ انرژی به صورت گرما به گاز آرمانی خاصی افزوده شود، حجم گاز $۵۰/۰\text{cm}^۳$ به $۱۰۰\text{cm}^۳$ می‌رسد در حالی که فشار آن در $۱/۰۰\text{atm}$ ثابت می‌ماند. (الف) انرژی درونی گاز چقدر تغییر می‌کند؟ اگر مقدار گاز $۲/۰۰\times ۱۰^{-۳}\ \text{mol}$ باشد، (ب) C_p و (پ) C_V را پیدا کنید.

حل: (الف)
$$\Delta E_{int}=Q-W$$
$$W=p\Delta V=(۱/۰۱\times ۱۰^۵)(۱۰۰-۵۰)\times ۱۰^{-۶}=۵/۰۷\text{J}$$
$$\Delta E_{int}=۲۰/۹-۵/۰۷=۱۵/۸۳\text{J}$$

(ب)
$$Q=nC_p\Delta T=۲۰/۹\text{J}$$
$$W=p\Delta V=nR\Delta T=۵/۰۷\text{J}$$
$$\Rightarrow \frac{Q}{W}=\frac{nC_p\Delta T}{nR\Delta T}=\frac{۲۰/۹}{۵/۰۷}\Rightarrow C_p=\frac{۲۰/۹R}{۵/۰۷}=۳۴/۳\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{k}}$$

(پ) $$C_V-C_p=۳۴/۳-۸/۳۱\cong ۲۶\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{k}}$$

۴۹●●- بدون اینکه فشار گاز تغییر کند، دمای $۳/۰۰\text{mol}$ از یک گاز دو اتمی آرمانی به اندازهٔ $۴۰/۰\text{C}^\circ$ افزایش می‌یابد. مولکولهای گاز چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند. (الف) چقدر انرژی به صورت گرما به گاز انتقال می‌یابد؟ (ب) تغییر در انرژی درونی گاز چقدر است؟ (پ) چقدر کار به وسیلهٔ گاز انجام می‌گیرد؟ (ت) انرژی جنبشی انتقالی گاز چقدر افزایش می‌یابد؟ GO

حل: از جدول ۱۵-۳ داریم

$C_V = \frac{۵}{۲}R \qquad C_p = \frac{۷}{۲}R$

(الف) $Q = nC_p\Delta T = \frac{۷}{۲}nR\Delta T = \frac{۷}{۲}(۳)(۸/۳۱)(۴۰)$

$= ۳/۴۹\times ۱۰^{۳}\ \mathrm{J}$

(ب) $\Delta U = nC_V\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T = \frac{۵}{۲}(۳)(۸/۳۱)(۴۰)$

$= ۲/۴\times ۱۰^{۳}\ \mathrm{J}$

(پ) $W = \Delta U - Q = ۲/۴\times ۱۰^{۳} - ۳/۴۹\times ۱۰^{۳} = -۱/۱\times ۱۰^{۳}\ \mathrm{J}$

(ت) $\Delta K = \frac{۳}{۲}nR\Delta T = \frac{۳}{۲}(۳)(۸/۳)(۴۰) = ۱/۵\times ۱۰^{۳}\ \mathrm{J}$

•۵۰- مقدار ۷۰J انرژی به صورت گرما به یک گاز دو اتمی می‌دهیم تا در فشار ثابت منبسط شود. مولکولهای این گاز چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند. انرژی دورنی گاز چقدر افزایش می‌یابد؟

حل: $C_p = \frac{۷}{۲}R\,,\ C_V = \frac{۵}{۲}R$ (برای گاز دو اتمی داریم)

$Q = nC_p\Delta T = \frac{۷}{۲}nR\Delta T$

و $\Delta E_{int} = nC_V\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T$

$\Rightarrow \Delta E_{int} = \frac{۵}{۷}Q = \frac{۵}{۷}(۷۰) = ۵۰\ \mathrm{J}$

•۵۱- وقتی ۱/۰mol از گاز اکسیژن ($O_۲$) با شروع از ۰°C در فشار ثابت گرم شود، چقدر انرژی به صورت گرما باید به آن افزوده شود تا حجم آن دو برابر شود؟ (مولکولها چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند.) **ILW**

حل: گاز اکسیژن دو اتمی است، لذا $C_p = \frac{۷}{۲}R$

$T_۱ = \frac{pV}{nR}\ ,\quad T_۲ = \frac{۲pV}{nR} = ۲T_۱$

$Q = nC_p\Delta T = nC_p(T_۲ - T_۱) = (۱)\left(\frac{۷}{۲}\right)(۸/۳۱)(۲T_۱ - T_۱)$

$\Rightarrow Q = \frac{۷}{۲}(۸/۳۱)(۲۷۳) = ۷۹۵۰\ \mathrm{J}$

••۵۲- فرض کنید ۱۲/۰g گاز اکسیژن ($O_۲$) در فشار جوی ثابت از ۲۵/۰°C تا ۱۲۵°C گرم می‌شود. (الف) چند مول اکسیژن وجود دارد؟ (در مورد جرم مولی به جدول ۱۵-۱ نگاه کنید.) (ب) چقدر انرژی به صورت گرما به اکسیژن داده می‌شود؟ (مولکولها چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند.) (پ) چه کسری از گرما برای افزایش انرژی درونی اکسیژن مصرف می‌شود.

حل: (الف)

$n = \frac{m}{M} = \frac{۱۲}{۳۲} = ۰/۳۷۵\ \mathrm{mol}$

(ب) $Q = nC_p\Delta T = \frac{۷}{۲}nR\Delta T = \frac{۷}{۲}(۰/۳۷۵)(۸/۳۱)(۱۲۵ - ۲۵)$

$= ۱۰۹۰/۷\mathrm{J}$

(پ) $\frac{\Delta E_{int}}{Q} = \frac{nC_V\Delta T}{nC_p\Delta T} = \frac{C_V}{C_p} = \frac{\frac{۵}{۲}R}{\frac{۷}{۲}R} = \frac{۵}{۷} = ۰/۷۱۴$

••۵۳- فرض کنید دمای ۴/۰۰mol از یک گاز دو اتمی آرمانی که مولکولهایش چرخش می‌کنند اما نوسان نمی‌کنند، در تحت شرایط فشار ثابت به اندازهٔ ۶۰/۰K افزایش یابد. (الف) انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q، (ب) تغییر در ΔE_{int} انرژی درونی گاز، (پ) کار W انجام شده به وسیلهٔ گاز و (ت) تغییر ΔK در انرژی جنبشی انتقالی کل گاز چقدر است؟ **SSM WWW**

حل: (الف) $Q = nC_p\Delta T = \frac{۷}{۲}nR\Delta T = \frac{۷}{۲}(۴)(۸/۳۱)(۶۰)$

$= ۶۹۸۴\ \mathrm{J}$

(ب) $\Delta E_{int} = nc_V\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T = \frac{۵}{۲}(۴)(۸/۳۱)(۶۰)$

$= ۴۹۸۸/۴\ \mathrm{J}$

(پ) $\Delta E_{int} = Q - W \Rightarrow W = Q - \Delta E_{int}$

$W = ۶۹۸۴ - ۴۹۸۸/۴ = ۱۹۹۵/۶\mathrm{J}$

(ت) $\Delta K = \frac{۳}{۲}nR\Delta T = \frac{۳}{۲}(۴)(۸/۳۱)(۶۰) = ۲۹۹۳\ \mathrm{J}$

✓ •۵۴- فرض کنید ۱/۰۰L گاز با $\gamma = ۱/۳۰$ که در آغاز در ۲۳۷K و ۱/۰۰atm قرار دارد به طور ناگهانی و به طور بی‌دررو تا نصف حجم خود متراکم شود. (الف) فشار و (ب) دمای نهایی گاز را پیدا کنید (پ) اگر در دمای ثابت گاز تا ۲۳۷ K سرد شود، حجم نهایی آن چقدر می‌شود؟

حل: (الف) فرآیندی بی‌دررو است. لذا، $p_۱V_۱^{\gamma} = p_۱V_۲^{\gamma}$

$\Rightarrow p_۲ = p_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma} = ۱(۲)^{۱/۳} = ۲/۴۶\ \mathrm{atm}$

(ب) $\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = \frac{p_۲V_۲T_۱}{p_۱V_۱}$

$T_۲ = \frac{(۲/۴۶)\left(\frac{۱}{۲}\right)۲۷۳}{۱} = ۳۳۵/۸\mathrm{K}$

(پ) $\frac{pV_۲}{T_۲} = \frac{pV_۳}{T_۳} \Rightarrow V_۳ = \frac{V_۲T_۳}{T_۲}$

$\Rightarrow V_۳ = \frac{\left(\frac{۱}{۲}\right)(۲۷۳)}{۳۳۵/۸} = ۰/۴۰۶\mathrm{lit}$

•۵۵- گاز معینی در فشار ۱/۲ atm و دمای ۳۱۰K حجمی برابر با ۴/۳L را اشغال می‌کند. این گاز به طور بی‌دررو تا حجم ۰/۷۶L متراکم می‌شود. (الف) فشار و (ب) دمای نهایی را با فرض اینکه گاز آرمانی و برای آن $\gamma = ۱/۴$ باشد، تعیین کنید.

حل: (الف) فرآیندی بی‌دررو است، لذا $p_۱V_۱^{\gamma} = p_۲V_۲^{\gamma}$

$\Rightarrow p_۲ = p_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma} = (۱/۲)\left(\frac{۴/۳}{۰/۷۶}\right)^{۱/۴} = ۱۳/۶\mathrm{atm}$

(ب) $T_۱V_۱^{\gamma-۱} = T_۲V_۲^{\gamma-۱}$

$\Rightarrow T_۲ = T_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma-۱} = (۳۱۰)\left(\frac{۴/۳}{۰/۷۶}\right)^{۰/۴} = ۶۲۰\mathrm{K}$

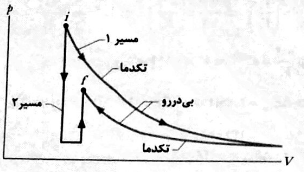
•۵۶- می‌دانیم که برای یک فرایند بی‌دررو، ثابت = pV^{γ} است. این مقدار «ثابت» را برای فرایند بی‌دررو مربوط به دقیقاً ۲/۰mol گاز آرمانی که از حالت دقیقاً $p = ۱/۰\mathrm{atm}$ و $T = ۳۰۰\mathrm{K}$ بگذرد محاسبه کنید. فرض کنید مولکول یک گاز دو اتمی است که مولکولهای آن چرخش می‌کنند ولی نوسان نمی‌کنند.

حل: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{۷}{۲}R}{\frac{۵}{۲}R} = \frac{۷}{۵} = ۱/۴$

$pV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{۲(۸/۳۱)(۳۰۰)}{۱\times ۱/۰۱۳\times ۱۰^{۵}} = ۰/۰۴۹\mathrm{m}^{۳}$

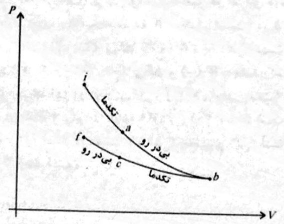
$pV^{\gamma} = (۱\times ۱/۰۱۳\times ۱۰^{۵})(۰/۰۰۴۹)^{۱/۴} = ۱/۵\times ۱۰^{۴}$

••۵۷- شکل ۱۵-۲۶ دو مسیر را نشان می‌دهد که می‌تواند توسط یک گاز از نقطهٔ اولیهٔ i تا نقطهٔ نهایی f طی شود. مسیر ۱ شامل یک انبساط تکدما (اندازهٔ کار ۵۰J)، یک انبساط بی‌دررو (اندازهٔ کار ۴۰J) ، یک تراکم تکدما (اندازهٔ کار ۳۰J) و سپس یک تراکم بی‌دررو (اندازهٔ کار ۲۵ J) است. اگر گاز از نقطهٔ i به نقطهٔ f در راستای مسیر ۲ برود تغییر در انرژی درونی چقدر است؟ GO



شکل ۱۵-۲۶ مسئلهٔ ۵۷

حل: برای مسیر اول داریم



فرآیند ia تکدماست، لذا

$\Delta E_{ia} = Q - W = ۰$

$\Rightarrow Q = W = ۵۰\ \mathrm{J}$

فرآیند ab بی‌دروست، از این رو

$\Delta E_{ab} = Q - W = ۰ - ۴۰ = -۴۰\ \mathrm{J}$

فرآیند bc تکدماست، پس

$\Delta E_{bc} = ۰$

$\Rightarrow Q = W = -۳۰\ \mathrm{J}$

و برای فرآیندی بی‌درروی ef داریم،

$\Delta E_{cf} = W - Q = ۰ - (-۲۵) = ۲۵\mathrm{J}$

$\Rightarrow \Delta E_{if} = \Delta E_{ia} + \Delta E_{ab} + \Delta E_{bc} + \Delta E_{cd} = ۰ - ۴۰ + ۰ + ۲۵$

$= -۱۵\mathrm{J}$

از آنجا که تغییر انرژی درونی مستقل از مسیر است پس ΔE_{if} برای مسیر ۲ نیز (۱۵J-) است.

••۵۸- *باد بی دررو. جریان طبیعی هوا در کوههای راکی*[1] از غرب به شرق است. هوا رطوبت خود را از دست می‌دهد و وقتی ضلع غربی کوهها را می‌پیماید سرد می‌شود. وقتی به ضلع شرقی فرود می‌آید، افزایش در فشار به طرف ارتفاعهای پایینتر موجب افزایش دما می‌شود. جریان که باد چینوک[2] نامیده می‌شود می‌تواند دمای هوا را در کوهپایه به طور سریع افزایش دهد. فرض کنید که فشار p هوا به ارتفاع y با رابطهٔ $p = p_۰\exp(-ay)$ داده می‌شود که $p_۰ = ۱/۰۰\mathrm{atm}$ و $a = ۱/۱۶\times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m}^{-۱}$ است. همچنین فرض کنید که نسبت گرماهای ویژهٔ مولی $\gamma = \frac{۴}{۳}$ است. یک قسمت از هوا با دمای اولیهٔ $-۵/۰۰°\mathrm{C}$ به طور بی دررو از $y_۱ = ۴۲۶۷\mathrm{m}$ به $y = ۱۵۶۷\mathrm{m}$ می‌رسد. دما در انتهای این پایین آمدن چقدر است؟

حل: $p_۱ = p_۰e^{-ay_۱} = ۱/۰\times ۱۰^{۵}\ e^{-(۱/۱۶\times ۱۰^{-۴})(۴۲۶۷)} = ۶/۱\times ۱۰^{۴}\ \mathrm{Pa}$

$p_۲ = p_۰e^{-ay_۲} = ۱/۰\times ۱۰^{۵}\ e^{-(۱/۱۶\times ۱۰^{-۴})(۱۵۶۷)} = ۸/۳\times ۱۰^{۴}\ \mathrm{Pa}$

$pV^{\gamma} = \text{ثابت}\ ,\quad \gamma = \frac{۴}{۳}\ ,\quad pV = nRT \quad V = \frac{nRT}{p}$

$p\left(\frac{nRT}{p}\right)^{\gamma} = \text{ثابت} \qquad \frac{T^{\gamma}}{p^{\gamma-۱}} = \text{ثابت}$

$\frac{T_۲^{\gamma}}{p_۲^{\gamma-۱}} = \frac{T_۱^{\gamma}}{p_۱^{\gamma-۱}} \qquad T_۲ = T_۱\left(\frac{p_۲}{p_۲}\right)^{\frac{\gamma-۱}{\gamma}}$

$T_۲ = ۲۶۸\left(\frac{۸/۳\times ۱۰^{۴}}{۶/۱\times ۱۰^{۴}}\right)^{\frac{۱}{۴}} = ۲۸۹\mathrm{K}$ یا ۱۶°C

••۵۹- گازی در حالت اولیهٔ i تا حالت نهایی f در مسیر ۱ یا در مسیر ۲ از نمودار p-V منبسط می‌شود. مسیر ۱ سه مرحله دارد: یک انبساط تکدما (اندازهٔ کار ۴۰J)، یک انبساط بی‌دررو (اندازهٔ کار ۲۰J) و یک انبساط تکدمای دیگر (اندازهٔ کار

1. Rocky
2. Chinook. نام این باد از یک قبیلهٔ سرخ‌پوستی به همین نام گرفته شده است.

(۳۰J). مسیر ۲ دو مرحله دارد: یک کاهش فشار در حجم ثابت و یک انبساط در فشار ثابت. تغییر در انرژی درونی گاز در مسیر ۲ چقدر است؟

حل: از آنجا که تغییر انرژی درونی مستقل از مسیر فرآیند است، لذا با محاسبهٔ تغییر انرژی درونی مسیر اول، می‌توان مساوی با تغییر انرژی درونی مسیر دوم قرار داد.

مرحلهٔ اول انبساط تکدماست که انرژی درونی در آن ثابت است لذا $\Delta E_{int_۱}=۰$

مرحله دوم، انبساط بی‌درو است؛

$\Delta E_{int_۲}=Q_۲-W_۲=۰-۲۰=-۲۰J$

مرحلهٔ سوم، نیز تکدماست $\Delta E_{int_۳}=۰$

$\Rightarrow \Delta E_{int}=\Delta E_۱+\Delta E_۲+\Delta E_۳=۰-۲۰+۰=-۲۰J$

در نتیجه ΔE_{int} مسیر دوم نیز برابر (−۲۰J) است.

۶۰••- *باز کردن نوشابه.* در یک بطری نوشابه، مقداری گاز (عمدتاً کربن دی اکسید) بین مایع و درپوش در فشار $p_i=۵/۰۰atm$ قرار دارد. وقتی در نوشابه از بطری جدا می‌شود، گاز یک انبساط بی در پیدا می‌کند تا اینکه فشار آن به فشار هوای محیط ۱/۰۰atm برسد. فرض کنید که نسبت گرماهای ویژه مولی $\gamma=\frac{۴}{۳}$ است. اگر دمای اولیهٔ گاز $T_i=۵/۰۰°C$ باشد، دمای آن در انتهای انبساط بی‌دررو چقدر می‌شود؟

حل: برای فرایند بی‌درو ثابت $=pV^\gamma$ است و از طرفی داریم $pV=nRT$ لذا

$$p\left(\frac{nRT}{p}\right)^\gamma=\text{ثابت}$$

$$\frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}}=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{T_۲^\gamma}{p_۲^{\gamma-1}}=\frac{T_۱^\gamma}{p_۱^{\gamma-1}}\Rightarrow T_۲=T_۱\left(\frac{p_۲}{p_۱}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_۲=۲۷۸\left(\frac{۱}{۵}\right)^{\frac{۱}{۴}}=۱۸۶K\ \ !!!!$$

۶۱••- حجم یک گاز آرمانی به طور بی‌دررو از ۲۰۰L به ۷۴/۳L کاهش می‌یابد. فشار و دمای اولیه عبارت‌اند از ۱/۰۰atm و ۳۰۰K. فشار نهایی ۴/۰۰atm است. (الف) آیا گاز تک اتمی، دو اتمی یا چند اتمی است؟ (ب) دمای نهایی چقدر است؟ (پ) چند مول در گاز وجود دارد؟

حل: (الف) در فرآیند بی‌درو داریم:

$$p_۱V_۱^\gamma=p_۲V_۲^\gamma$$

$$\frac{p_۲}{p_۱}=\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^\gamma\Rightarrow\ln\left(\frac{p_۲}{p_۱}\right)=\gamma\ln\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)$$

$$\ln\left(\frac{۴}{۱}\right)=\gamma\ln\left(\frac{۲۰۰}{۷۴/۳}\right)\Rightarrow ۱/۳۸۶=۰/۹۹\gamma\Rightarrow\gamma=۱/۴$$

پس گاز دو اتمی بوده است.

(ب)
$$\frac{p_۱V_۱}{T_۱}=\frac{p_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow T_۲=\frac{p_۲V_۲T_۱}{p_۱V_۱}$$

$$T_۲=\frac{(۴)(۷۴/۳)(۳۰۰)}{(۱)(۲۰۰)}=۴۴۵/۸K$$

(پ)
$$pV=nRT\Rightarrow n=\frac{pV}{RT}$$

$$n=\frac{(۱\times۱/۰۱۳\times۱۰^۵)(۲۰۰\times۱۰^{-۳})}{(۸/۳۱)(۳۰۰)}=۸/۱۲۶mol$$

۶۲•••- یک گاز آرمانی دو اتمی با چرخش ولی بدون نوسان به طور بی‌دررو منبسط می‌شود. فشار اولیه و حجم اولیهٔ آن ۱/۲۰atm و ۰/۲۰۰m³ و فشار نهایی آن ۲/۴۰atm است. چقدر کار توسط گاز انجام می‌شود؟ GO

حل: فرآیند بی‌درو است، لذا $\Delta E_{int}=Q-W=-W$

$C_V=\frac{۵}{۲}R$ (برای گاز دو اتمی داریم)

$$\begin{cases}p_۱V_۱=nRT_۱\\p_۲V_۲=nRT_۲\end{cases}\Rightarrow nR(T_۲-T_۱)=p_۲V_۲-p_۱V_۱$$

$$W=nR\Delta T=p_۲V_۲-p_۱V_۱\Rightarrow\Delta T=\frac{p_۲V_۲-p_۱V_۱}{nR}$$

$$\Rightarrow\Delta E_{int}=nC_V\Delta T=\frac{۵}{۲}nR\cdot\frac{p_۲V_۲-p_۱V_۱}{nR}$$

$$\Rightarrow\Delta E_{int}=۲/۵(p_۲V_۲-p_۱V_۱)$$

از طرفی روابط زیر را برای محاسبهٔ $V_۲$، داریم؛

$$p_۱V_۱^\gamma=p_۲V_۲^\gamma$$

$$\frac{p_۲}{p_۱}=\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^\gamma\Rightarrow\frac{۲/۴}{۱/۲}=\left(\frac{۰/۲}{V_۲}\right)^{۱/۴}\Rightarrow\ln ۲=\frac{۱}{۴}\ln\frac{۰/۲}{V_۲}$$

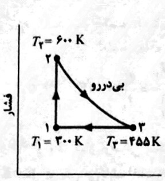
$$\text{op}\frac{۰/۲}{V_۲}=e^{۰/۴۹۵}\Rightarrow V_۲=۰/۱۲۲m^۳$$

$$\Rightarrow\Delta E_{int}=۲/۵[(۲/۴\times۱۰^۵)(۰/۱۲۲)-(۱/۲\times۱۰^۵)(۰/۲)]$$

$$=۱۳۲۰۰J$$

و
$$W=-\Delta E_{int}=-۱۳۲۰۰J$$

۶۳•••- شکل ۱۵-۲۷ چرخه‌ای را نشان می‌دهد که به وسیلهٔ ۱/۰۰mol از یک گاز تک اتمی آرمانی پیموده می‌شود. برای فرایند ۱→۲، (الف) گرمای Q، (ب) تغییر در انرژی درونی، ΔE_{int} و (پ) کار انجام شدهٔ W، چقدر است؟ در فرایند ۲→۳ (ت) Q، (ث) ΔE_{int} و (ج) W، چقدر است؟ در فرایند ۳→۱، (چ) Q، (ح) ΔE_{int} و (خ) W، چقدر است؟ در کل چرخه (د) Q، (ذ) ΔE_{int} و (ر) W، چقدر است؟ فشار اولیه در نقطهٔ ۱ برابر با ۱/۰۰atm (=۱/۰۱۳×۱۰⁵ Pa) است. (ز) حجم و (ژ) فشار در نقطهٔ ۲ و (س) حجم و (ش) فشار در نقطهٔ ۳ چقدر است؟



شکل ۱۵-۲۷ مسئلهٔ ۶۳

حل: (الف) در مسیر ۱ به ۲ فرآیند تک حجم است، لذا

$$Q_{۱۲}=nC_V\Delta T=\frac{۳}{۲}nR\Delta T=\frac{۳}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۶۰۰-۳۰۰)$$
$$=۳۷۴۱/۳J$$

(ب) $\Delta E_{int_{۱۲}}=Q_{۱۲}-W_{۱۲}=Q_{۱۲}-۰=۳۷۴۱/۳J$

(پ) کار در فرآیند تک حجم صفر است. $W_{۱۲}=۰$

(ت) در مسیر ۲ به ۳ فرآیند بی‌درو است. بنابراین،

(ث) $Q_{۲۳}=۰$

$$\Delta E_{int}=nC_V\Delta T=\frac{۳}{۲}nR(T_۳-T_۲)$$
$$=\frac{۳}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۴۵۵-۶۰۰)=-۱۸۰۸/۳J$$

(ج) $\Delta E_{int}t_{۲۳}=Q_{۲۳}-W_{۲۳}$

$$\Rightarrow W_{۲۳}=-\Delta E_{int_{۲۳}}=۱۸۰۸/۳J$$

(چ) فرآیند ۳ به ۱ تک فشار است.

$$Q_{۳۱}=nC_P\Delta T=\frac{۵}{۲}nR(T_۱-T_۳)=\frac{۵}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۳۰۰-۴۵۵)$$
$$=-۳۲۲۱/۶J$$

(ح)
$$\Delta E_{int_{۳۱}}=nC_V\Delta T=\frac{۳}{۲}nR(T_۱-T_۳)$$
$$=\frac{۳}{۲}(۱)(۸/۳۱)(۳۰۰-۴۵۵)=-۱۹۳۳J$$

(خ)
$$\Delta E_{int_{۳۱}}=Q_{۳۱}-W_{۳۱}\Rightarrow W_{۳۱}=Q_{۳۱}-\Delta E_{int_{۳۱}}$$
$$W_{۳۱}=-۳۲۲۱/۶-(-۱۹۳۳)=-۱۲۸۸/۶J$$

(د)
$$Q_{tot}=Q_{۱۲}+Q_{۲۳}+Q_{۳۱}$$
$$=۳۷۴۱/۳+۰-۳۲۲۱/۶=۵۱۹/۷J$$

(ذ) تغییر انرژی درونی در هر چرخه صفر است.

$$\Delta E_{tot}=\Delta E_{۱۲}+\Delta E_{۲۳}+\Delta E_{۳۱}=۰$$

(ر)
$$W_{tot}=W_{۱۲}+W_{۲۳}+W_{۳۱}=۰+۱۸۰۸/۳-۱۲۸۸/۶$$
$$=۵۱۹/۷J$$

(ز)
$$p_۱V_۱=nRT_۱\Rightarrow V_۱=\frac{nRT_۱}{p_۱}=\frac{۱(۸/۳۱)(۳۰۰)}{(۱/۰۱۳\times۱۰^۵)}=۰/۰۲۵m^۳$$
$$p_۳V_۳=nRT_۳\Rightarrow V_۳=\frac{nRT_۳}{p_۳}=\frac{۱(۸/۳۱)(۴۵۵)}{(۱/۰۱۳\times۱۰^۵)}=۰/۰۳۸m^۳$$

(ژ)
$$\frac{p_۱V}{T_۱}=\frac{p_۲V}{T_۲}\Rightarrow p_۲=\frac{p_۱T_۲}{T_۱}=\frac{۱\times۶۰۰}{۳۰۰}=۲atm$$

(س)
$$V_۲=V_۱=۰/۰۲۴۶m^۳$$

(ش)
$$p_۳=p_۱=۱/۰۱۳\times۱۰^۵$$

۶۴- در یک ابرگازی بین سیاره‌ای در ۵۰/۰K، فشار $۱/۰۰\times۱۰^{-۸}$ Pa با فرض اینکه قطر مولکولهای گاز در ابر برابر ۲۰/۰nm باشند، پویش آزاد میانگین چقدر است؟

حل:
$$\lambda=\frac{kT}{\sqrt{۲}\pi d^۲P}=\frac{(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۵۰)}{\sqrt{۲}\pi(۲۰\times۱۰^{-۹})^۲(۱۰^{-۸})}=۳۸/۹m$$

۶۵- دمای ۳/۰۰mol از گازی با $C_V=۶/۰۰\ cal/mol\cdot K$ تا ۵۰/۰K افزایش می‌یابد. اگر فرایند در حجم ثابت باشد، (الف) انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q، (ب) کار انجام شدهٔ W به وسیلهٔ گاز، (پ) تغییر ΔE_{int} در انرژی درونی گاز و (ت) تغییر ΔK در انرژی جنبشی انتقالی کلی، چقدر است؟ اگر فرایند در *فشار ثابت* باشد، (ث) Q، (ج) W، (چ) ΔE_{int} و (ح) ΔK چقدر است؟ اگر فرایند *بی‌دررو* باشد، (خ) Q، (د) W، (ذ) ΔE_{int} و (ر) ΔK، چقدر است؟

حل: (الف) $Q=nC_V\Delta T=۳(۶)(۵۰)=۹۰۰cal$

(ب) کار در فرآیند تک حجم صفر است. $W=۰$

(پ) $\Delta E_{int}=Q-W=۹۰۰cal$

(ت) $\Delta K=\frac{۳}{۲}nR\Delta T=\frac{۳}{۲}(۳)(۲)(۵۰)=۴۵۰cal$

(ث)
$$Q=nC_p\Delta T$$
$$C_p=C_V+R=۶+۲=۸$$
$$\Rightarrow Q=۳(۸)(۵۰)=۱۲۰۰\ cal$$

(ج)
$$\Delta E_{int}=Q-W\Rightarrow W=Q-\Delta E_{int}=۱۲۰۰-۹۰۰$$
$$=۳۰۰cal$$

(چ) $\Delta E_{int}=nC_v\Delta T=۳(۶)(۵۰)=۹۰۰cal$

(ح) $\Delta K=\frac{۳}{۲}nR\Delta T=\frac{۳}{۲}(۳)(۲)(۵۰)=۴۵۰cal$

(خ) چون فرآیند بی‌دررو است، $Q=۰$ است.

(د) $W=Q-\Delta E_{int}=۰-۹۰۰=-۹۰۰cal$

(ذ) $\Delta E_{int}=nC_V\Delta T=۳(۶)(۵۰)=۹۰۰cal$

(ر) $\Delta K=\frac{۳}{۲}nR\Delta T=\frac{۳}{۲}(۳)(۲)(۵۰)=۴۵۰cal$

۶۶- گاز اکسیژن ($O_۲$) در دمای ۲۳۷ K و فشار ۱/۰atm در ظرفی مکعبی شکل به ضلع ۱۰cm محبوس شده است. $\Delta U_g/K_{avg}$ را محاسبه کنید، که در آن ΔU_g تغییر در انرژی پتانسیل گرانشی یک مولکول اکسیژن است که از ارتفاع ظرف سقوط می‌کند و K_{avg} انرژی جنبشی انتقالی متوسط مولکول است.

حل:
$$\frac{\Delta U_g}{K_{avg}}=\frac{mgh}{\frac{۱}{۲}mv_{rms}^۲}=\frac{۲gh}{v_{rms}^۲}$$

و
$$v_{rms}=\sqrt{\frac{۳RT}{M}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U_g}{K_{\text{avg}}} = \frac{۲ghM}{۳RT} = \frac{۲(۹/۸)(۰/۱)(۳۲\times۱۰^{-۳})}{۳(۸/۳۱)(۲۳۷)} = ۹/۲\times۱۰^{-۶}$$

۶۷- وزن کل پوشش و سبد یک بالون هوای گرم $۲/۴۵\,\text{kN}$ و ظرفیت پوشش آن (حجم) $۲/۱۸\times۱۰^{۳}\text{m}^{۳}$ است. وقتی این بالون کاملاً باد شود، دمای هوای اطراف بالون باید چقدر باشد تا بالون توان بالابردن *ظرفیت کامل* خود را که برابر با $۲/۶۷\text{kN}$ (علاوه بر وزن بالون) است داشته باشد؟ فرض کنید هوای اطراف در دمای $۲۰/۰^{\circ}\text{C}$ دارای وزن بر یکای حجم $۱۱/۹\text{N/m}^{۳}$ و جرم مولکولی $۰/۰۲۸\text{kg/mole}$ است و فشار $۱/۰\text{atm}$ باشد. **SSM**

حل: بالون در صورتی بالا می‌رود که چگالی‌اش کمتر و یا حداقل مساوی با چگالی هوا باشد. لذا $\rho_a = \rho_b$

$$\rho = \frac{W_{\text{tot}}}{V} = \frac{W_۱ + W_۲ + W_۳}{V}$$

$$\Rightarrow ۱۱/۹ = \frac{(۲/۴۵\times۱۰^{۳}) + (۲/۶۷\times۱۰^{۳}) + W_۳}{(۲/۱۸\times۱۰^{۳})}$$

$$\Rightarrow W_۳ = ۲۰۸۲۲\,\text{N}$$

می‌توان با استفاده از وزن هوای درون بالون، جرم هوای درون بالن را محاسبه نمود.

$$m_۳ = \frac{W_۳}{g} = \frac{۲۰۸۲۲}{۹/۸} = ۲۱۲۴/۷\text{kg}$$

$$\Rightarrow pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M}RT$$

$$(۱/۰۱۳\times۱۰^{۵})(۲/۱۸\times۱۰^{۳}) = \frac{۲۱۲۴/۷}{۰/۰۲۸}(۸/۳۱)T \Rightarrow T = ۳۴۹\text{K}$$

۶۸- (الف) یک گاز آرمانی در ابتدا در فشار $p_۰$ انبساط آزاد می‌یابد تا اینکه حجم آن $۳/۰۰$ برابر حجم اولیه شود. در این صورت نسبت فشار آن به $p_۰$ چقدر می‌شود؟ (ب) سپس گاز به آرامی و به طور بی‌دررو متراکم می‌شود تا به حجم اولیه برگردد. پس از تراکم فشار برابر $(۳/۰۰)^{۱/۳}p_۰$ است. آیا گاز تک اتمی، دو اتمی یا چند اتمی است؟ (پ) نسبت انرژی جنبشی متوسط هر مولکول در حالت نهایی به مقدار آن در حالت اولیه چقدر است؟

حل: (الف) فرآیند تکدماست؛

$$p_۱V_۱ = p_۲V_۲$$

$$\Rightarrow p_۰V_۰ = p_۲(۳V_۰) \Rightarrow p_۲ = \frac{۱}{۳}p_۰$$

(ب) فرآیند بی‌دررروست.

$$p_۳V_۳^{\gamma} = p_۲V_۲^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{p_۳}{p_۲} = \left(\frac{V_۲}{V_۳}\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{(۳)\frac{۱}{۳}p_۰}{\frac{۱}{۳}p_۰} = \left(\frac{۳V_۰}{V_۰}\right)^{\gamma} \Rightarrow ۳^{۴/۳} = ۳^{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{۴}{۳}$$

پس گاز چند اتمی است.

(پ)

$$\frac{p_۰V_۰}{T_۰} = \frac{p_۳V_۳}{T_۳} \Rightarrow \frac{p_۰V_۰}{T_۰} = \frac{(۳)\frac{۱}{۳}p_۰V_۰}{T_۳}$$

$$\Rightarrow T_۳ = ۱/۴۴۲T_۰$$

$$\frac{K_{\text{ave},۳}}{K_{\text{ave},۱}} = \frac{\frac{۳}{۲}nRT_۳}{\frac{۳}{۲}nRT_۰} = \frac{T_۳}{T_۰} = ۱/۴۴۲$$

۶۹- دمای $۲/۰۰\text{mol}$ از یک گاز آرمانی یک اتمی در یک فرایند بی‌دررو $۱۵/۰\text{K}$ افزایش می‌یابد. (الف) کار انجام شدهٔ W به وسیلهٔ گاز، (ب) انرژی انتقال یافته به صورت گرمای Q، (پ) تغییر ΔE_{int} در انرژی درونی گاز و (ت) تغییر ΔK_{ave} در انرژی جنبشی متوسط هر اتم، چقدر است؟ **SSM**

حل: (الف) و (ب) فرآیند بی‌دررو است، لذا $Q = ۰$.

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W \Rightarrow W = -\Delta E_{\text{int}} = -nC_V\Delta T$$

$$W = -\frac{۳}{۲}nR(T_۲ - T_۱) = -\frac{۳}{۲}(۲)(۸/۳۱)(۱۵) = -۳۷۴/۱\text{J}$$

(پ) $\Delta E_{\text{int}} = -W = ۳۷۴/۱\text{J}$

(ت) $\frac{\Delta K_{\text{ave}}}{N} = \frac{۳}{۲}kT = \frac{۳}{۲}(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۱۵) = ۳/۱۱\times۱۰^{-۲۲}\,\text{J}$

۷۰- ضمن تراکمی در فشار ثابت $۲۵۰\,\text{Pa}$، حجم یک گاز آرمانی از $۰/۸۰\text{m}^{۳}$ به $۰/۲۰\text{m}^{۳}$ کاهش می‌یابد. دمای اولیه ۳۶۰K و گاز ۲۱۰J را به صورت گرما از دست می‌دهد. (الف) تغییر در انرژی درونی گاز و (ب) دمای نهایی گاز، چقدر است.

حل: (الف) $W = p(V_۲ - V_۱) = ۲۵۰(۰/۲ - ۰/۸) = -۱۵۰\text{J}$

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = -۲۱۰ - (-۱۵۰) = -۶۰\text{J}$$

(ب) $\frac{pV_۱}{T_۱} = \frac{pV_۲}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = \frac{T_۱V_۲}{V_۱} = \frac{(۳۶۰)(۰/۲)}{(۰/۸)} = ۹۰\text{K}$

۷۱- با چه بسامدی مولکولها در گاز اکسیژن ($O_۲$) در دمای ۴۰۰K و فشار $۲/۰۰\text{atm}$ برخورد می‌کنند؟ فرض کنید که قطر مولکولی ۲۹۰pm و گاز آرمانی است. **SSM**

حل: $v_{\text{avg}} = \sqrt{\frac{۸RT}{\pi M}}$ و $\lambda = \frac{۱}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}\frac{N}{V}}$

و $pV = NkT \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}p} \quad (۲)$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) می‌توان بسامد برخورد مولکول‌ها را محاسبه نمود.

$$f = \frac{v_{\text{avg}}}{\lambda} = \frac{pd^{۲}}{k}\left(\frac{۱۶\pi R}{MT}\right)^{۱/۲}$$

$$= \frac{(۲/۰۲\times۱۰^{۵})(۲۹۰\times۱۰^{-۱۲})^{۲}}{(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})}\left[\frac{۱۶\pi(۸/۳۱)}{(۰/۰۳۲)(۴۰۰)}\right]^{۱/۲}$$

$$= ۷/۰۳\times۱۰^{۹}\,\text{s}^{-۱}$$

۷۲- یک گاز آرمانی از $۱/۵۰\text{mol}$ مولکولهای دو اتمی با چرخش ولی بدون نوسان تشکیل شده است. قطر مولکولی ۲۵۰pm است. گاز در فشار ثابت $۱/۵۰\times۱۰^{۵}\,\text{Pa}$ با انتقال ۲۰۰J به صورت گرما، انبساط می‌یابد. تغییر در پویش آزاد میانگین مولکولها چقدر است؟

حل: $pV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{p}$ و $\lambda = \frac{۱}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}N/V}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{nRT}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}pN}$$

(گاز دو اتمی) $C_p = \frac{۷}{۲}R$ که

$$\Delta\lambda = \frac{nR\Delta T}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}pN} = \frac{R\frac{Q}{C_p}}{\sqrt{۲}\pi d^{۲}pN}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{۲Q}{۷\sqrt{۲}\pi d^{۲}pN}$$

$$= \frac{۲(۲۰۰)}{۷\sqrt{۲}\pi(۲۵۰\times۱۰^{-۱۲})^{۲}(۱/۵\times۱۰^{۵})(۹\times۱۰^{۲۳})}$$

$$= ۱/۵۲\times۱۰^{-۹}\,\text{m}$$

۷۳- دمای یک گاز آرمانی تک اتمی در آغاز ۳۳۰K و فشار آن $۶/۰۰\text{atm}$ است. این گاز از حجم $۵۰۰\text{cm}^{۳}$ تا $۱۵۰۰\text{cm}^{۳}$ منبسط می‌شود. اگر انبساط تکدما باشد. (الف) فشار نهایی و (ب) کار انجام شده به وسیلهٔ گاز چقدر است؟ حال اگر انبساط بی‌دررو باشد، (پ) فشار نهایی و (ت) کار انجام شده به وسیلهٔ گاز چقدر است؟

حل: (الف) فرآیند تکدماست، لذا $p_۱V_۱ = p_۲V_۲$

$$\Rightarrow p_۲ = \frac{p_۱V_۱}{V_۲} = \frac{۶(۵۰۰)}{۱۵۰۰} = ۲\text{atm}$$

(ب) رابطهٔ کار در فرآیند تکدما بصورت زیر است:

$$W = nRT\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right) = p_۱v_۱\ln\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)$$

$$W = (۶\times۱۰^{۵})(۵۰۰\times۱۰^{-۶})\ln\left(\frac{۱۵۰۰}{۵۰۰}\right) = ۳۳۳/۹\text{J}$$

(پ) $p_۱V_۱^{\gamma} = p_۲V_۲^{\gamma} \Rightarrow p_۲ = p_۱\left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma}$

$$p_۲ = ۶\left(\frac{۵۰۰}{۱۵۰۰}\right)^{\frac{۵}{۳}} = ۰/۹۶۲\text{atm}$$

(ت) فرآیند بی‌دررروست. لذا، $Q = ۰$

$$\Delta E_{\text{int}} = ۰ - W \Rightarrow W = -E_{\text{int}} = -nC_V\Delta T = -\frac{۳}{۲}nR\Delta T$$

و

$$nR\Delta T = (p_۲V_۲ - p_۱V_۱) = (۰/۹۶۲\times۱۰^{۵})(۱۵۰۰\times۱۰^{-۶}) - (۶\times۱۰^{۵})(۵۰۰\times۱۰^{-۶}) = -۱۵۵/۷$$

$$\Rightarrow W = -\frac{۳}{۲}(-۱۵۵/۷) = ۲۳۳/۵۵\text{J}$$

۷۴- یک گاز آرمانی شامل $۳/۰۰\text{mol}$ در آغاز در حالت ۱ در فشار $p_۱=۲۰/۰\text{atm}$ و حجم $V_۱=۱۵۰۰\text{cm}^{۳}$ قرار دارد. نخست این گاز را به حالت ۲ با فشار $p_۲=۰/۵۰p_۱$ و حجم $V_۲=۲/۰۰V_۱$ می‌بریم. سپس آن را به حالت ۳ با فشار $p_۳=۲/۰۰p_۱$ و حجم $V_۳=۰/۵۰V_۱$ می‌بریم. دمای گاز در (الف) حالت ۱ و (ب) حالت ۲ چقدر است؟ (پ) تغییر خالص در انرژی درونی از حالت ۱ به حالت ۳ چقدر است؟

حل: با استفاده از قانون گازهای کامل داریم،

$$pV = nRT \Rightarrow T = \frac{pV}{nR}$$

(الف) $T_۱ = \frac{p_۱V_۱}{nR} = \frac{(۲۰\times۱/۰۱۳\times۱۰^{۵})(۱۵۰۰\times۱۰^{-۶})}{۳(۸/۳۱)} = ۱۲۱/۵\text{K}$

(ب) $T_۲ = \frac{p_۲V_۲}{nR} = \frac{(۱/۵\times۲۰\times۱/۰۱۳\times۱۰^{۵})(۲\times۱۵۰۰\times۱۰^{-۶})}{۲(۸/۳۱)} = ۳۶۴/۴\text{K}$

(پ) با بررسی $p_۳V_۳$ مشاهده می‌شود که $T_۳ = T_۱$ لذا $\Delta E_{\text{int}} = ۰$ است، چون سیستم به دمای اولیه برگشته است.

۷۵- یک گاز آرمانی را با تراکم بی‌دررو از $p=۱/۰\text{atm}$، $V=۱/۰\times۱۰^{۶}\,\text{L}$، $T=۰/۰\,^{\circ}\text{C}$ به $p=۱/۰\times۱۰^{۵}\,\text{atm}$، $V=۱/۰\times۱۰^{۳}\,\text{L}$ می‌بریم. (الف) آیا گاز تک اتمی، دو اتمی یا چند اتمی است؟ (ب) دمای نهایی چقدر است؟ (پ) چند مول در گاز وجود دارد؟ انرژی جنبشی انتقالی کل بر مول (ت) پیش و (ث) پس از تراکم، چقدر است؟ (ج) نسبت مربع تندیهای rms پیش از تراکم و پس از آن چقدر است؟

حل: (الف) $p_۱V_۱^{\gamma} = p_۲V_۲^{\gamma} \Rightarrow \frac{p_۲}{p_۱} = \left(\frac{V_۱}{V_۲}\right)^{\gamma}$

$$\Rightarrow \left(\frac{۱\times۱۰^{۵}}{۱}\right) = \left(\frac{۱\times۱۰^{۶}}{۱\times۱۰^{۳}}\right)^{\gamma} \Rightarrow ۱۰^{۵} = (۱۰^{۳})^{\gamma}$$

$$\Rightarrow ۵\ln۱۰ = ۳\gamma\ln۱۰$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{۵}{۳}$$

در نتیجه گاز تک اتمی است.

(ب) $\frac{p_۱V_۱}{T_۱} = \frac{p_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = \frac{p_۲V_۲T_۱}{p_۱V_۱}$

$$T_۲ = \frac{(۱۰^{۵})(۱۰^{۳})(۲۷۳)}{(۱)(۱۰^{۶})} = ۲۷۳۰۰\text{K}$$

(پ) $pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{(۱\times۱۰^{۵})(۱۰^{۶}\times۱۰^{-۳})}{(۸/۳۱)(۲۷۳)} = ۴۴۰۷۹/۴\text{mol}$

(ت) $K_۱ = \frac{۳}{۲}RT_۱ = \frac{۳}{۲}(۸/۳۱)(۲۷۳) = ۳۴۰۲/۹\text{J}$

(ث) $K_۲ = \frac{۳}{۲}RT_۲ = \frac{۳}{۲}(۸/۳۱)(۲۷۳۰۰) = ۳/۴\times۱۰^{۵}\,\text{J}$

(ج) $\frac{v_{\text{rms}_۱}}{v_{\text{rms}_۲}} = \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{۲۷۳}{۲۷۳۰۰} = ۰/۰۱$

۷۶- یک گاز آرمانی با دمای اولیهٔ $T_۱$ و حجم اولیهٔ $۲/۰\text{m}^{۳}$ به طور بی‌دررو تا حجم $۴/۰\text{m}^{۳}$ منبسط می‌شود. سپس به طور تکدما تا حجم $۱۰\text{m}^{۳}$ منبسط شده و سپس به طور بی‌دررو به دمای $T_۱$ متراکم می‌شود. حجم نهایی گاز چقدر است؟

حل: $\begin{cases}p_1\\V_1=2\\T_1\end{cases}\xrightarrow{\text{بی‌دررو}}\begin{cases}p_2\\V_2=4\\T_2\end{cases}\xrightarrow{\text{تکدما}}\begin{cases}p_3\\V_3=10\\T_3=T_2\end{cases}\xrightarrow{\text{بی‌دررو}}\begin{cases}p_4\\V_4=2\\T_4=T_1\end{cases}$

برای فرآیند بی‌دررو داریم؛ $\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{2}{4}\right)^{\gamma-1}$

$$\Rightarrow T_2=T_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1}$$

فرآیند دوم تکدماست، لذا $T_3=T_2=T_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1}$

فرآیند سوم بی‌دررو است، پس خواهیم داشت؛

$$\frac{T_4}{T_3}=\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow\frac{T_1}{T_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1}}=\left(\frac{10}{v_4}\right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow 2^{\gamma-1}=\left(\frac{10}{V_4}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow V_4=5\,\mathrm{m}^3$$

۷۷- نمونه‌ای از یک گاز آرمانی از فشار و حجم اولیهٔ ۳۲atm و ۱/۰L به حجم نهایی ۴/۰L انبساط می‌یابد. دمای اولیه ۳۰۰K است. اگر گاز تک اتمی و انبساط تکدما باشد، (الف) فشار نهایی p_f، دمای نهایی T_f و (پ) کار انجام شدهٔ W به وسیلهٔ گاز چقدر است؟ اگر گاز تک اتمی و انبساط بی‌دررو باشد، (ت) p_f ، (ث) T_f و (ج) W چقدر است؟ اگر گاز دو اتمی و انبساط بی‌دررو باشد، (چ) p_f ، (ح) T_f و (خ) W چقدر است؟ SSM

حل: (الف) $p_fV_f=p_iV_i\Rightarrow p_f=\frac{p_iV_i}{V_f}=\frac{32(1)}{4}=8\,\mathrm{atm}$

(ب) فرایند تکدما است لذا داریم: $T_f=T_i=300K$

(پ) $W=\int pdv=\int_1^4 nRT_1\frac{dV}{V}=p_1V_1\ln 4$ ؛ در فرآیند تکدما

$$\Rightarrow W=(32\times10^5)\times(1\times10^{-3})\ln 4=4436\,\mathrm{J}$$

(ت) گاز تک اتمی است، لذا $\gamma=\frac{5}{3}$.

$$\frac{p_f}{p_i}=\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma}\Rightarrow p_f=p_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma}=32\left(\frac{1}{4}\right)^{5/3}=3.17\,\mathrm{atm}$$

(ث) $\frac{T_f}{T_i}=\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow T_f=T_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}=300\left(\frac{1}{4}\right)^{5/3-1}$

$$=119\,\mathrm{K}$$

(ج)

$\Delta E_{int}=Q-W$ و $Q=0$

$$W=-\Delta E_{int}=-nC_V(T_f-T_i)=-\frac{p_iV_i}{RT_i}C_V(T_f-T_i)$$

$$W=-\frac{(32\times1.01\times10^5)(1\times10^{-3})}{(8.31)(300)}\cdot\frac{3}{2}(8.31)(119-300)$$

$$=2924\,\mathrm{J}$$

(چ)

$\gamma=1.4$ (برای گاز دو اتمی)

$$p_f=p_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}\Rightarrow p_f=(32)\left(\frac{1}{4}\right)^{1.4}=4.6\,\mathrm{atm}$$

(ح) $T_f=T_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{0.4}=300\left(\frac{1}{4}\right)^{0.4}=170\,\mathrm{k}$

(خ) $W=-nC_V(T_f-T_i)=-\frac{p_iV_i}{RT_i}C_V(T_f-T_i)$

$$W=-\frac{32(1.13\times10^5)(1\times10^{-3})}{(8.31)(300)}\cdot\frac{5}{2}(8.31)(170-300)$$

$$W=3.5\times10^3\,\mathrm{J}$$

۷۸- کار انجام شده به وسیلهٔ یک عامل خارجی را در حین تراکم تکدمای ۱/۰۰mol اکسیژن از حجم ۲۲/۴L در ۰°C و ۱/۰۰atm تا حجم ۱۶/۸ L محاسبه کنید.

حل: $W=\int pdV=\int_{V=22.4}^{16.8}\frac{nRT}{V}dV=nRT\ln\left(\frac{16.8}{22.4}\right)$

$$W=1(8.31)(273)\ln\left(\frac{16.8}{22.4}\right)=-653\,\mathrm{J}$$

۷۹- یک مخزن فولادی محتوی ۳۰۰g گاز آمونیاک (NH_3) در فشار 1.35×10^6Pa و دمای ۷۷°C است. (الف) حجم مخزن برحسب لیتر چقدر است؟ (ب) پس از مدتی دما ۲۲°C و فشار 8.7×10^5 Pa می‌شود. چند گرم از مخزن نشت کرده است؟

حل: (الف) $M_{NH_3}=17\,\mathrm{g/mol}$

$$\begin{cases}pV=nRT\\n=\frac{m}{M}\end{cases}\Rightarrow pV=\frac{m}{M}RT\Rightarrow V=\frac{mRT}{PM}$$

$$V=\frac{(300)(8.31)(77+273)}{(1.35\times10^6)(17)}=0.038\,\mathrm{m}^3=38\,\mathrm{L}$$

(ب) از آنجا که حجم مخزن ثابت است لذا جرم گاز درون مخزن برابر است با:

$$pV=\frac{m}{M}RT\Rightarrow m=\frac{pVM}{RT}$$

$$\Rightarrow m=\frac{(8.7\times10^5)(0.038)(17)}{(8.13)(22+273)}=229.3\,\mathrm{g}$$

جرم خارج شده از مخزن دارای مقدار زیر است؛

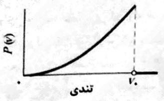
$$\Delta m=300-229.3=70.7\,\mathrm{g}$$

۸۰- در چه دمایی اتمهای گاز هلیوم دارای تندی rms برابر با تندی rms گاز هیدروژن در ۲۰/۰°C است؟ (جرمهای مولی در جدول ۱۵-۱ داده شده‌اند.)

حل: $v_{rms_{He}}=v_{rms_{H_2}}\Rightarrow\sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}}=\sqrt{\frac{3RT_{H_2}}{M_{H_2}}}$

$$\Rightarrow T_{He}=\frac{M_{He}T_{H_2}}{M_{H_2}}=\frac{4(20+273)}{2}=586\,\mathrm{K}$$

۸۱- شکل ۱۵-۲۸ یک توزیع تندی فرضی از ذره‌های گاز معینی را نشان می‌دهد: به ازای $0<v\le v_0$ داریم $P(v)=Cv^2$ و به ازای $v>v_0$ داریم $P(v)=0$. (الف) عبارتی را برای C برحسب v_0 پیدا کنید، (ب) تندی میانگین ذره‌ها و (پ) تندی rms آنها را پیدا کنید. SSM



شکل ۱۵-۲۸ مسئلهٔ ۸۱

حل: (الف) $\int p(v)dv=1$

$$\int_0^{v_0}Cv^2dv=\frac{Cv_0^3}{3}=1\Rightarrow C=\frac{3}{v_0^3}$$

(ب) $v_{avg}=\int p(v)vdv=C\int_0^{v_0}v^3dv=\frac{Cv_0^4}{4}=\frac{3}{v_0^3}\cdot\frac{v_0^4}{4}$

$$=\frac{3}{4}v_0$$

(پ) $v_{rms}=\sqrt{v_{avg}^2}=\sqrt{\int p(v)v^2dv}=\sqrt{C\int v^4dv}$

$$=\sqrt{\frac{Cv_0^5}{5}}=\sqrt{\frac{3}{v_0^3}\cdot\frac{v_0^5}{5}}=\sqrt{\frac{3}{5}v_0^2}=0.775v_0$$

۸۲- در یک فرایند صنعتی حجم ۲۵/۰mol از یک گاز تک اتمی آرمانی با آهنگ یکنواخت از $0.616\mathrm{m}^3$ به $0.308\mathrm{m}^3$ در مدت ۲/۰۰h کاهش می‌یابد درحالی که دمای آن با آهنگ یکنواخت از ۲۷/۰°C به ۴۵۰°C افزایش می‌یابد. در طی این فرایند، گاز از حالتهای تعادل ترمودینامیکی می‌گذرد. (الف) کار به روش افزایش انجام شده روی گاز (ب) انرژی رو به افزایش جذب شده به صورت گرما توسط گاز و (پ) گرمای ویژهٔ مولی این فرایند، چقدر است؟ (*راهنمایی:* برای محاسبهٔ انتگرالی کار می‌توانید از انتگرال نامعین زیر استفاده کنید.)

$$\int\frac{a+bx}{A+Bx}dx=\frac{bx}{B}+\frac{aB-bA}{B^2}\ln(A+Bx)$$

فرض کنید این فرایند با یک فرایند دو مرحله‌ای که به همان حالت نهایی برسد جایگزین شود. در مرحلهٔ ۱ حجم گاز در دمای ثابت کاهش یابد و در مرحلهٔ ۲ در حجم ثابت دمای گاز افزایش یابد. برای این فرایند (ت) کار روبه افزایش انجام شده روی گاز، (ث) انرژی رو به افزایش جذب شده به صورت گرما توسط گاز و (ج) گرمای ویژهٔ مولی برای این فرایند چقدر است؟

حل: (الف)

$$\frac{\Delta V}{\Delta t}=cte$$

$$\frac{0.308-0.616}{2}=\frac{v-0.616}{t}\Rightarrow v=-0.154t+0.616$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t}=cte$$

$$\frac{\Delta T}{2}=\frac{T-300}{t}\Rightarrow\frac{423}{2}=\frac{T-300}{t}\Rightarrow T=211.5t+300$$

$$pV=nRT$$

$$p(-0.154t+0.616)=(25)(8.31)(211.5t+300)$$

$$p=\frac{(207.85)(211.5t+300)}{(-0.154t+0.616)}$$

$$W=\int_{V_1}^{V_2}pdV=\int_{t=0}^{2}\frac{(207.85)(211.5t+300)}{(-0.154t+0.616)}(-0.154)dt$$

$$=32\int_{t=0}^{2}\frac{(211.5t+300)}{(-0.154t+0.616)}dt$$

از راهنمایی مسئله برای محاسبهٔ انتگرال استفاده می‌شود.

$$W=32\left\{\frac{211.5t}{-0.154}+\frac{(300)(-0.154)-(211.5)(0.616)}{(-0.154)^2}\right\}\Bigg|_0^2$$

$$\times\ln(0.616-0.154t)=-7.716\times10^4\,\mathrm{J}$$

(ب) $\Delta E_{int}=nC_V\Delta T=\frac{3}{2}nR\Delta T\Rightarrow dE_{int}=\frac{3}{2}nR(211.5)dt$

$$\Delta E_{int}=\frac{3}{2}(25)(8.31)(211.5)t\Big|_0^2=1.32\times10^5\,\mathrm{J}$$

$$\Delta E_{int}=Q-W\Rightarrow Q=\Delta E_{int}+W$$

$$Q=1.32\times10^5-(-7.716\times10^4)=5.47\times10^4\,\mathrm{J}$$

(پ) $Q=nC\Delta T\Rightarrow C=\frac{Q}{n\Delta T}=\frac{5.47\times10^4}{25(423)}$

$$C=5.176\,\mathrm{J/mol\cdot K}$$

(ت) ازآنجا که فرآیند بین همان ۲ نقطه انجام می‌شود، تغییر انرژی درونی ثابت است، پس $\Delta E=1.32\times10^5$ J .

در فرآیند تکدما؛ $W=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}=25(8.31)(300)\ln\left(\frac{0.308}{0.616}\right)$

$$W=4.3\times10^4\,\mathrm{J}$$

در فرآیند تک حجم ؛ $W=0$

$$\Rightarrow W_{tot}=-4.3\times10^4\,\mathrm{J}$$

(ث) $\Delta E_{int}=Q-W\Rightarrow Q=\Delta E_{int}+W$

$$Q=1.32\times10^5-4.3\times10^4=8.87\times10^4\,\mathrm{J}$$

(ج) $Q=nC\Delta T\Rightarrow C=\frac{Q}{n\Delta T}$

$$C=\frac{8.87\times10^4}{(25)(423)}=8.4\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\cdot K}}$$

۸۳- یک گاز آرمانی از حجم اولیهٔ $4.00\mathrm{m}^3$ تا حجم نهایی $3.00\mathrm{m}^3$ به صورت تکدما متراکم می‌شود. ۳/۵۰mol گاز وجود دارد و دمای آن ۱۰/۰° C است. (الف) چقدر کار به وسیلهٔ گاز انجام می‌گیرد؟ (ب) بین گاز و محیط اطراف آن چقدر انرژی به صورت گرما انتقال می‌یابد؟ SSM

حل: (الف)

$$W=nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$=(3.5)(8.31)(283)\ln\frac{3}{4}=-2368\,\mathrm{J}$$

(ب) در فرایند تکدما $\Delta E_{int}=0$ و لذا انتقال گرما برابر ۲۳۶۸J است.

۸۴- (الف) تعداد مولکولها بر متر مکعب در هوای $۲۰^{\circ}C$ و فشار $۱atm$ ($۱/۰۱\times۱۰^{۵}\,Pa =$) چقدر است؟ (ب) جرم $۱/۰\,m^{۳}$ از این هوا چقدر است؟ فرض کنید که ۷۵ درصد از مولکولها نیتروژن ($N_۲$) و ۲۵ درصد اکسیژن ($O_۲$) هستند.

حل: (الف) $pV = NkT$

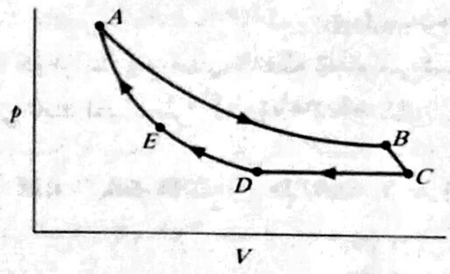
$$(۱/۰۱۳\times۱۰^{۵})(۱) = N(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳})(۲۹۳)$$

$N = ۲/۵\times۱۰^{۲۵}$ مولکول

$$m = \frac{N_۱M_۱ + N_۲M_۲}{N_A} = \frac{(۲/۵\times۱۰^{۲۵})}{(۶/۰۲\times۱۰^{۲۳})}\left[\frac{۳}{۴}(۲۸)+\frac{۱}{۴}(۳۲)\right]$$

$$\Rightarrow m = ۱۲۰۴/۳\,g$$

۸۵- شکل ۱۵-۲۹ چرخه‌ای شامل پنج مسیر را نشان می‌دهد: AB تکدما در $۳۰۰K$، BC بی‌دررو با کار $۵/۰J$، CD در فشار ثابت $۵atm$، DE تکدما و EA بی‌دررو با تغییر در انرژی درونی $۸/۰J$. تغییر در انرژی درونی گاز در طول مسیر CD چقدر است؟



شکل ۱۵-۲۹ مسئلهٔ ۸۵

حل: تغییر انرژی درونی چرخه صفر است.

$$\Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CD} + \Delta E_{DE} + \Delta E_{EA} = ۰$$

ΔE_{AB} (تکدما) $= ۰$

ΔE_{BC} (بی‌دررو) $= -W = -۵J$

ΔE_{DE} (تکدما) $= ۰$

ΔE_{EA} (بی‌دررو) $= -W = ۸J$

در نتیجه داریم

$$\Rightarrow ۰ - ۵ + \Delta E_{DE} + ۰ + ۸ = ۰ \Rightarrow\Rightarrow \Delta E_{DE} = -۳J$$

۸۶- یک گاز آرمانی با دمای اولیهٔ $۳۰۰K$ در فشار ثابت $۲۵N/m^{۲}$ از حجم $۳/۰m^{۳}$ تا حجم $۱/۸m^{۳}$ متراکم می‌شود. در این فرایند $۷۵J$ به صورت گرما از دست می‌رود. (الف) تغییر در انرژی درونی گاز و (ب) دمای نهایی گاز چقدر است؟

حل: در فرآیند تک فشار داریم:

$$W = p(V_۲ - V_۱) = ۲۵(۱/۸ - ۳) = -۳۰J$$

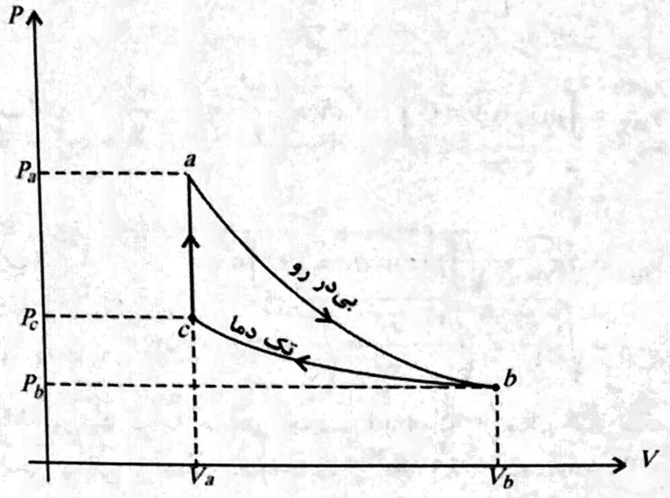
$$\Delta E_{int} = Q - W = -۷۵ - (-۳۰) = -۴۵J$$

(ب) از قانون گازهای کامل برای فرآیند تک فشار داریم؛

$$\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = T_۱\frac{V_۲}{V_۱} = ۳۰۰\left(\frac{۱/۸}{۳}\right) = ۱۸۰K$$

۸۷- یک گاز آرمانی چرخهٔ کاملی را در سه مرحله طی می‌کند: انبساط بی‌دررو با کار برابر با $۱۲۵\,J$، تراکم تکدما در $۳۲۵\,K$ و افزایش فشار در حجم ثابت. (الف) نمودار $p\text{-}V$ را برای این سه مرحله رسم کنید. (ب) چقدر انرژی به صورت گرما در مرحلهٔ ۳ انتقال می‌یابد؟ و (پ) آیا انتقال به گاز صورت می‌گیرد یا از آن؟

حل: (الف)



(ب) تغییر انرژی درونی چرخه صفر است. لذا

$$\Delta E_{int} = ۰ \Rightarrow Q_{tot} = W_{tot}$$

$$Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca}$$

(باید توجه شود که؛ Q_{ab} (بی‌دررو) $= ۰$ و W_{ca} (تک حجم) $= ۰$ و فرآیند b به c، تک دما است پس $Q_{bc} = W_{bc}$).

$$\Rightarrow ۰ + W_{bc} + Q_{ca} = ۱۲۵ + W_{bc} + ۰ \Rightarrow Q_{ca} = ۱۲۵J$$

(پ) $Q_{ca} > ۰$، انرژی گرمایی از محیط به گاز منتقل شده است.

۸۸- (الف) حجم اشغال شده به وسیلهٔ $۱/۰۰mol$ از یک گاز آرمانی در شرایط استاندارد - یعنی $۱/۰۰atm$ ($۱/۰۱\times۱۰^{۵}\,Pa =$) و $۲۷۳\,K$، چقدر است؟ نشان دهید که تعداد مولکول بر سانتی‌متر مکعب (*عدد لوشمیت*[1]) در شرایط استاندارد $۲/۶۹\times۱۰^{۹}$ است.

حل: (الف)

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(۱)(۸/۳۱)(۲۷۳)}{(۱/۰۱۳\times۱۰^{۵})} = ۰/۰۲۲۴m^{۳}$$

$$= ۲۲۴۰۰cm^{۳}$$

(ب)

$$N = \frac{N_A}{V} = \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}{۲۲۴۰۰} = ۲/۶۹\times۱۰^{۱۹}$$

1. Loshmidt number